

# **VAMOS DESCOMPLICAR A MATEMÁTICA!**

Contributos do material manipulável na  
aprendizagem da matemática no pré-escolar e 4.º  
ano de escolaridade

---

**Joana Chora de Macedo Fernandes**

Provas destinadas à obtenção do grau de Mestre para a Qualificação para a  
Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo

abril de 2016



Instituto Superior de Educação e Ciências



INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS

Provas para obtenção do grau de Mestre para a Qualificação para a  
Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo

**VAMOS DESCOMPLICAR A MATEMÁTICA!**

Contributos do material manipulável na aprendizagem da matemática no  
pré-escolar e 4.º ano de escolaridade

Autora: **Joana Chora de Macedo Fernandes**

Orientador: **Doutor Ricardo Machado**

abril de 2016



## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, não posso deixar de agradecer aos Meus Pais, não só por me terem apoiado incondicionalmente, como me ajudaram em tudo o que foi imprescindível na realização do meu percurso, tanto académico como pessoal, tendo que, por vezes, lidar com o meu lado menos bom devido a situações pelas quais não estavam envolvidos e mesmo assim, estiveram sempre lá para me confortar.

Ao meu orientador, Professor Ricardo Machado, por tudo o que me ensinou, pela sua dedicação, disponibilidade e paciência, tornando possível a realização deste trabalho.

Um especial obrigada à minha Didocas, por estar sempre do meu lado e me apoiar incondicionalmente.

À Tatiana, por todo o companheirismo, amizade, compreensão, gargalhadas, partilhas de momentos e apoio fundamental durante todo o meu percurso.

Um grande obrigada às minhas Amichis, que, com todo o apoio e com todos momentos partilhados, tornaram este percurso de cinco anos e meio mais promissor.

Obrigada a toda a minha Família e Amigos, por acreditarem em mim.

A todas as Crianças e Alunos que fizeram parte deste meu percurso e dividiram comigo todos os momentos possíveis, permitindo o meu crescimento pessoal e profissional e a elaboração deste trabalho, pois sem eles não teria sido possível.

Às Educadoras e Professora Cooperantes, Helena Lemos, Joana Almeida e Aida Souza e à Diretora do Externato, Ana Raposo, por partilharem comigo as suas aprendizagens e, principalmente, por acreditarem em mim.

A todos, um muito obrigada!



## RESUMO

O presente relatório implementa-se no âmbito da prática pedagógica supervisionada do Mestrado de Qualificação para a Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, e tem como principal objetivo a reflexão sobre a prática pedagógica desenvolvida durante os três semestres, mostrando a relevância que a utilização de materiais manipuláveis tem nas aprendizagens matemáticas.

A matemática assume um papel relevante no currículo e no percurso escolar de cada criança e aluno, pois possibilita o desenvolvimento de diversas capacidades e competências. Porém, nos dias de hoje, as crianças e alunos tendem a construir representações sociais negativas sobre a matemática, o que, por vezes, condiciona o seu envolvimento tanto nas próprias atividades como nas próprias aprendizagens. Nesse sentido, o recurso à utilização de materiais manipuláveis, estruturados e não estruturados, poderá ser uma ferramenta que facilite a aprendizagem matemática ao nível da apropriação do conhecimento (matemático), bem como o desenvolvimento de capacidades e competências (matemáticas).

A presente investigação enquadra-se num *design* de investigação-ação, no paradigma interpretativo, onde a partir do mesmo se pretende observar, planificar, intervir e refletir, tendo em conta o problema em estudo e as questões de investigação que emergiram do mesmo. Os participantes foram um grupo de crianças do pré-escolar, uma turma do 4.º ano de escolaridade e a educadora/professora/investigadora. Os instrumentos de recolha de dados utilizados foram a observação, o diário de bordo, as conversas informais e a recolha documental.

Os resultados iluminam a importância da utilização dos materiais manipuláveis na promoção de aprendizagens significativas a matemática. Para além disso, permitem a atribuição de sentidos diversos pelas crianças e alunos aos conhecimentos apropriados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e competências essenciais, tais como, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, a persistência nas tarefas, entre outras.

**Palavras-chave:** Educação pré-escolar, 1.º ciclo do ensino básico, matemática, materiais manipuláveis estruturados e não estruturados.





## ABSTRACT

The following report is part of a pre-service training practice of the Master in Preschool and Primary Education, whose main aim is a reflection on the practice developed over the three semesters, presenting the relevance that the use of learning materials has on the learning process of mathematics.

Mathematics has a relevant role in the curriculum and in the learning path of each child and student, as it allows the development of diverse abilities and competencies. However, nowadays, children and students tend to construct negative social representations about mathematics, which can sometimes affect their involvement in both their own activities and their learning process. Thereby the use of learning materials, structured and non-structured, could be a tool that facilitates mathematical learning in terms of knowledge appropriation and development of abilities and competencies.

In this research we assumed an interpretative paradigm in which we developed an action research project, whereby we intended to which observe, plan, intervene and reflect, regarding the problem and the research questions that were raised from it. The participants were the children attending pre-school group, a 4<sup>th</sup> graders, and a educator/teacher/researcher. Data was collected through observation, researcher's diary, informal conversations, and documents.

The results illuminate the importance of learning materials in promoting meaningful mathematics learning. They also allow to show the way children and students give meanings to the mathematical knowledge appropriated, contributing to the development of abilities and competencies, as mathematical reasoning, mathematical communication, persistence of the task, among others.

**Keywords:** Preschool education, primary education, mathematics, structure and non-structure learning materials



## ÍNDICE GERAL

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>RESUMO</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>ÍNDICE GERAL</b> .....	vii
<b>ÍNDICE DE FIGURAS E TABELA</b> .....	xi
<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>CAPÍTULO 1 – QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO</b> .....	3
1.1. O CURRÍCULO EM MATEMÁTICA.....	3
1.1.1. O currículo da matemática na educação pré-escolar .....	4
1.1.2. O currículo da matemática no 1.o ciclo do ensino básico .....	5
1.2. A UTILIZAÇÃO DOS MATERIAIS MANIPULÁVEIS EM MATEMÁTICA .....	6
1.2.1. Materiais manipuláveis estruturados .....	7
1.2.2. Materiais manipuláveis não estruturados .....	8
1.3. O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E DA COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA.....	9
<b>CAPÍTULO 2 – PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA</b> .....	13
2.1. PROBLEMATIZAÇÃO .....	13
2.2. PARADIGA INTERPRETATIVO.....	14
2.3. INVESTIGAÇÃO-AÇÃO.....	14
2.4. PARTICIPANTES.....	15
2.4.1. Caracterização da instituição de ensino.....	15
2.4.2. Caracterização do grupo no pré-escolar .....	17
2.4.3. Caracterização da turma no 1.º ciclo do ensino básico .....	17
2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS .....	18
2.5.1. Observação .....	18
2.5.2. Diário de bordo .....	18
2.5.3. Conversas informais .....	19
2.5.4. Recolha documental .....	19
2.6. PROCEDIMENTOS.....	19
2.6.1. Procedimentos de recolha de dados .....	20

2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados .....	20
2.6.3. Proposta didática .....	21
<b>CAPÍTULO 3 – RESULTADOS</b> .....	23
3.1. PRÉ-ESCOLAR.....	23
3.1.1. Atividade – <i>Os Ratos Matemáticos</i> .....	23
3.1.2. Atividade – <i>Torres Matemáticas</i> .....	30
3.2. 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO .....	40
3.2.1. Atividade – <i>Quadrados Sarapintados (Calculadoras Papy)</i> .....	40
3.2.1.1. Iniciação .....	40
3.2.1.2. Adição .....	45
3.2.1.3. Multiplicação .....	47
3.2.1.4. Subtração .....	50
3.2.2. Atividade – <i>Vamos organizar? (Tratamento e Análise de dados)</i> ..	54
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	67
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	71
<b>ANEXOS</b> .....	75
ANEXO 1 – RELATÓRIO DIÁRIO DO PRÉ-ESCOLAR .....	
ANEXO 2 – PLANTA DA SALA DO PRÉ-ESCOLAR .....	
ANEXO 3 – PROPOSTA DE TRABALHO: PADRÕES DOS RATOS .....	
ANEXO 4 – RELATÓRIO DIÁRIO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO .....	
ANEXO 5 – PLANTA DA SALA DO 4.º ANO DE ESCOLARIDADE .....	
ANEXO 6 – FICHA FORMATIVA – INICIAÇÃO ÀS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .	
ANEXO 7 – PROPOSTA DE TRABALHO – INICIAÇÃO ÀS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 8 – FICHA FORMATIVA – ADIÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 9 – PROPOSTA DE TRABALHO – ADIÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 10 – FICHA FORMATIVA – MULTIPLICAÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 11 – PROPOSTA DE TRABALHO – MULTIPLICAÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	

ANEXO 12 – FICHA FORMATIVA – SUBTRAÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 13 – PROPOSTA DE TRABALHO – SUBTRAÇÃO COM AS CALCULADORAS <i>PAPY</i> .....	
ANEXO 14 – PROPOSTA DE TRABALHO – RECOLHA DE DADOS .....	
ANEXO 15 – PROPOSTA DE TRABALHO – TRATAMENTO DE DADOS .....	
ANEXO 16 – PROPOSTA DE TRABALHO – ANÁLISE DE DADOS .....	



## ÍNDICE DE FIGURAS E TABELA

Figura 1 – Livro <i>Frederico</i> .....	23
Figura 2 – <i>Kit</i> do rato Frederico .....	24
Figura 3 – Técnica da colagem .....	24
Figura 4 – Ratos Fantoques .....	24
Figura 5 – Placar dos Ratos Matemáticos .....	25
Figura 6 – Material utilizado .....	26
Figura 7 – Criança a colocar o cartão no envelope .....	26
Figura 8 – Realização da operação .....	26
Figura 9 – Realização da operação .....	26
Figura 10 – Crianças a trabalhar na atividade .....	27
Figura 11 – Calco das mãos .....	27
Figura 12 – Estações do ano .....	27
Figura 13 – Ratos Faladores .....	28
Figura 14 – Crianças a circular .....	28
Figura 15 – Crianças a escolher a palavra em grupo .....	28
Figura 16 – Exemplos de sequências dos ratos elaborados pelas crianças .....	29
Figura 17 – Placar da sala de aula .....	29
Figura 18 – Associação furo com cor .....	31
Figura 19 – Início do jogo das Torres .....	31
Figura 20 – Jogo da Torre com adição .....	35
Figura 21 – Resultado do jogo .....	35
Figura 22 – Associação peça – fruto .....	36
Figura 23 – Problema do Senhor Joaquim .....	37

Figura 24 – Problema resolvido .....	37
Figura 25 – Caixa <i>Papy</i> em grande dimensão .....	40
Figura 26 – Interior da caixa <i>Papy</i> .....	40
Figura 27 – Caixa <i>Papy</i> individual .....	41
Figura 28 – Material presente em cada caixa <i>Papy</i> .....	41
Figura 29 – Associação cor – valor .....	42
Figura 30 – Exercício realizado pela P/I .....	43
Figura 31 – Exercício realizado pelo aluno .....	43
Figura 32 – Exercício delineado pelo aluno .....	44
Figura 33 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 1 .....	45
Figura 34 – Tarefa inicial .....	46
Figura 35 – Realização da tarefa .....	46
Figura 36 – Resposta de alguns alunos à Proposta de trabalho 2 .....	47
Figura 37 – Cálculo do dobro de 2 .....	48
Figura 38 – Representação e resolução do dobro de 7 .....	49
Figura 39 – Representação e resolução do dobro de 14 .....	49
Figura 40 – Representação e resolução do dobro de 28 .....	49
Figura 41 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 3 .....	50
Figura 42 – Representação e resolução da subtração $10 - 3$ .....	52
Figura 43 – Representação da subtração de $540 - 131$ .....	52
Figura 44 – Representação do resultado da subtração .....	52
Figura 45 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 4 .....	53
Figura 46 – Tratamento de dados em tabelas .....	55
Figura 47 – Tipos de organização e tratamento de dados .....	55



Figura 48 – Estrutura do gráfico de barras .....	56
Figura 49 – Representação dos gráficos de barras dos quatro grupos .....	56
Figura 50 – Análise dos dados recolhidos no gráfico de barras .....	57
Figura 51 – Representação dos gráficos de pontos dos quatro grupos .....	58
Figura 52 – Análise dos dados recolhidos no gráfico de pontos .....	58
Figura 53 – Tabela e cálculos associados às percentagens .....	60
Figura 54 – Estrutura circular do gráfico .....	60
Figura 55 – Representação dos gráficos circulares dos quatro grupos .....	61
Figura 56 – Análise dos dados recolhidos no gráfico circular .....	61
Figura 57 – Representação dos pictogramas dos quatro grupos .....	62
Figura 58 – Análise dos dados recolhidos no pictograma .....	63
Figura 59 – Representação dos gráficos caule-e-folhas da idade dos pais dos alunos .....	64
Figura 60 – Representação dos gráficos caule-e-folhas da idade das mães dos alunos .....	64
Figura 61 – Análise dos dados recolhidos no gráfico caule-e-folhas .....	65
Tabela 1 – Categorias/assuntos a tratar associados aos gráficos .....	52



## INTRODUÇÃO

O presente relatório insere-se no âmbito da prática pedagógica supervisionada do Mestrado de Qualificação para a Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, desenvolvida numa instituição escolar situada em Lisboa. Uma na valência de pré-escolar com um grupo dos 5/6 anos de idade e outra na valência de 1.º ciclo do ensino básico, no 4.º ano de escolaridade, com uma turma com idades compreendidas entre os 8 e 9 anos de idade.

Partindo do contexto de estágio, a temática que surgiu para dar lugar à problemática e às intervenções relacionou-se com as aprendizagens matemáticas. Esta surgiu por parte dos dois grupos que participaram neste estudo, pois os mesmos demonstraram ter grande interesse pela utilização de materiais manipuláveis, quando eram confrontados com atividades matemáticas. Através da utilização de diversos materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) e de uma forma mais lúdica, foi proporcionado experiências de aprendizagens em que as crianças e os alunos apropriaram conhecimentos e desenvolveram capacidades e competências, nomeadamente o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

Tal como Botas e Darlinda (2013) e Caldeira (2009a, 2009b) referem, a utilização de materiais manipuláveis pode ser um agente facilitador tanto nas aprendizagens matemáticas como no próprio desenvolvimento da criança, tornando assim, as aprendizagens mais perceptíveis e significativas. Deste modo, cabe ao educador/ professor realizar atividades e tarefas, que promovam o sucesso dos seus alunos, quer matemático, quer ligado a todas as outras áreas de conteúdo a que a criança/ aluno esteja sujeito. No entanto ainda se assiste, por parte de alguns educadores e professores, a pouca utilização dos materiais manipuláveis como ferramenta essencial para que as crianças e alunos consigam atribuir sentidos às aprendizagens matemáticas.

Através do problema anteriormente referido, e como forma de complementar a investigação realizada, surgiram as seguintes questões de investigação:

1. Qual a importância da utilização dos materiais manipuláveis na aprendizagem da matemática?
2. Quais os contributos dos materiais manipuláveis no desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?

Relativamente à estrutura, este relatório encontra-se dividido em diversas partes: a presente introdução, três capítulos, considerações finais, referências bibliográficas e anexos. Na Introdução apresentamos o tema escolhido, o problema que originou a presente investigação, as questões de investigação e a própria estrutura do trabalho. No Capítulo 1, Quadro de Referência Teórico, são apresentados e discutidos os conceitos teóricos que sustentam esta investigação. Este é composto por dois subcapítulos, o currículo da matemática em pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico e a utilização de materiais manipuláveis em matemática que, por sua vez, se subdivide em materiais manipuláveis estruturados, materiais manipuláveis não estruturados e o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação matemática, a partir da utilização de materiais manipuláveis. No Capítulo 2, Problematização e Metodologia, enunciamos a problemática e as questões de investigação deste estudo, bem como fundamentamos as opções metodológicas que tomámos em termos de paradigma, *design* de investigação, participantes, instrumentos de recolha de dados e procedimentos. No Capítulo 3, Resultados, apresentamos e discutimos os resultados obtidos no decorrer das atividades realizadas com as crianças e com os alunos, tendo em conta o quadro de referência teórico que construímos. Nas Considerações Finais, apresentamos uma reflexão sobre os resultados apresentados anteriormente, procurando dar resposta às questões de investigação formuladas. Por último, indicamos as Referências Bibliográficas e incluímos nos Anexos os documentos que nos parecem pertinentes para a compreensão deste trabalho.

# **CAPÍTULO 1**

## **QUADRO DE REFERÊNCIA TEÓRICO**

O presente capítulo apresenta-se dividido em duas partes: o currículo em Matemática e a utilização de materiais manipuláveis como ferramenta facilitadora da apropriação do conhecimento matemático e do desenvolvimento de capacidades e competências como, como exemplo, o raciocínio e comunicação matemática.

### **1.1. O CURRÍCULO EM MATEMÁTICA**

Existem diversas definições e formas para definir o conceito de currículo. Ponte (2005) refere que:

um currículo enuncia usualmente diversas grandes finalidades que informam todo o trabalho realizado ao longo do ano letivo. Além disso, enuncia diversos objetivos curriculares transversais (como o desenvolvimento da autonomia, da iniciativa, da capacidade de cooperação, da solidariedade, do espírito crítico, do sentido de responsabilidade) que marcam o trabalho realizado nas aulas. (p. 19)

Deste modo, compreende-se que o currículo é construído a partir das preocupações do docente sobre as dificuldades relacionadas com quem nele participa, isto é, o currículo deve atender às características e necessidades das crianças e dos alunos. Na perspectiva de Roldão (1999), o currículo é um “conjunto de aprendizagens consideradas necessárias num dado contexto e tempo à organização e sequência adotadas para o concretizar ou desenvolver” (p. 43). Desta forma, podemos constatar pela argumentação anterior que, na elaboração de um currículo, existem aspetos essenciais que devemos ter em conta: a sua natureza e a forma de operacionalização do mesmo. Assim, Roldão (1999) salienta um elemento essencial quando definimos o conceito de currículo – a sua dimensão dinâmica.

Considera-se que o currículo, nomeadamente em matemática, tem como principais funções desenvolver e facilitar o ensino e aprendizagem da matemática como, também, fazer com que o mesmo processo seja realizado de uma forma diversificada, valorizando o aluno através dos seus conhecimentos, dos seus valores, das suas atitudes e das suas destrezas, respeitando também todo o seu ritmo de aprendizagem e assim

desenvolvendo capacidades e competências matemáticas (Caldeira, 2009a, 2009b, NCTM, 2007). Assim sendo, consideramos que a aprendizagem da matemática deve ir para além da apropriação dos conhecimentos matemáticos, desenvolvendo também capacidades e competências que serão necessárias a um futuro cidadão ativo e crítico.

Atualmente, o currículo de Matemática envolve diversos documentos, tais como: as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) (ME, 1991), as Metas de Aprendizagem do Pré-Escolar (MEC, 2010), o Programa do Ensino Básico (PEB) e as Metas Curriculares do Ensino Básico (MCEB) (MEC, 2013). Os conteúdos que estão incluídos no currículo pretendem encaminhar a gestão curricular da prática dos educadores/professores, tanto a nível de ano, como de período e aula. Já as Metas Curriculares têm como objetivo orientar as planificações dos educadores/professores relativamente às aprendizagens dos alunos, para que os mesmos no final da unidade/período/ano letivo consigam alcançar os objetivos pretendidos.

Nos dias que decorrem, a matemática torna-se cada vez mais importante e presente na vida dos cidadãos, tanto a nível intelectual como pessoal. Por esta razão, é essencial que na vida escolar as crianças/alunos considerem a matemática como um aliado e não como um obstáculo, mas para isso é importante que tanto o educador como o professor tornem a matemática divertida e mais interessante.

#### **1.1.1. O currículo da matemática na educação pré-escolar**

Sabemos que a frequência na educação do pré-escolar não é de carácter obrigatório, nem se organiza em função de preparação para a escolaridade obrigatória, mas prevemos que, nos dias que decorrem, a sua frequência está cada vez mais integrada no dia-a-dia das crianças, fazendo com que as mesmas apropriem conhecimentos e desenvolvam capacidades e competências, que lhes serão úteis futuramente, pois tal como as OCEPE (ME, 1997) referem, “a educação pré-escolar é a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida” (p. 17).

Um dos objetivos da educação pré-escolar está relacionado com a oportunidade de a criança ser confrontada com experiências de aprendizagem que possibilitem a construção gradual de conhecimentos, estabelecendo conexões com o conhecimento comum, bem como aprenderem a ser autónomos, colaborativos, críticos e curiosos.

Na educação pré-escolar não existe um currículo ou um programa, tal como no 1.º ciclo do ensino básico. Atualmente, o educador do pré-escolar tem ao seu dispor dois

documentos fundamentais para a prática letiva que consideramos essenciais: as OCEPE (ME, 1997) e as Metas de Aprendizagem (MEC, 2010).

O principal objetivo destes documentos orientadores é transmitir, auxiliar e conduzir os educadores nas indicações relativamente às áreas de conteúdo a trabalhar com as crianças: formação pessoal e social, área da expressão e comunicação, área do conhecimento do mundo, o domínio da linguagem oral e abordagem à escrita e o domínio da matemática e, deste modo, o que é pretendido é que o educador, através de estratégias e atividades diversificadas, consiga trabalhar, relacionando todas as áreas, proporcionando uma educação mais integral da criança. Assim, em especial em matemática, o que se espera é que o educador possibilite às crianças a construção de uma relação positiva com a matemática, configurando espaços nos quais as mesmas se envolvam e se motivem para a aprendizagem matemática.

### **1.1.2. O currículo da matemática no 1.º ciclo do ensino básico**

No que diz respeito ao currículo do 1.º ciclo do ensino básico, o mesmo tem vindo a sofrer alterações ao longo dos anos.

Relativamente ao currículo da matemática do 1.º ciclo do ensino básico, este encontra-se organizado em dois documentos: PEB (Programa do Ensino Básico) e as MCEB (Metas Curriculares do Ensino Básico) (MEC, 2013). Estes documentos têm a finalidade de colaborar e contemplar o trabalho do professor, referindo assim os objetivos e metas que os alunos têm que alcançar no final de cada ano, tal como é referido no PEB (MEC, 2013):

Em ambos está subjacente a preocupação de potenciar e aprofundar a compreensão, que se entende ser um objetivo central do ensino. Efetivamente, o desenvolvimento da compreensão - que resulta da ampliação contínua e gradual de uma complexa rede de regras, procedimentos, factos, conceitos e relações que podem ser mobilizados, de forma flexível, em diversos contextos - deve ocupar o centro das preocupações das escolas e dos professores, com vista a melhorar a qualidade da aprendizagem da Matemática no nosso país. (p. 1)

Apesar do currículo atual (MEC, 2013) estar completo, cada docente deve ter a capacidade de o adaptar consoante as características e necessidades dos seus alunos, facilitando assim o processo de ensino e de aprendizagem e desenvolvendo nas crianças a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade.

Deste modo, considera-se que o currículo assume um papel indispensável na vida profissional de um docente. O mesmo deve ter em atenção as características e necessidades dos seus alunos, em que contexto irá colocar em ação o currículo, quais os recursos disponíveis, entre outros fatores, por forma a promover uma educação matemática com qualidade (NCTM, 2007).

## **1.2. A UTILIZAÇÃO DOS MATERIAIS MANIPULÁVEIS EM MATEMÁTICA**

Sabemos que a matemática não se encontra somente na sala de aula, mas também está presente em diversas atividades do nosso dia-a-dia. Existem muitas crianças e alunos que constroem, tal como afirma Machado e César (2012) “representações sociais negativas, em relação à matemática, configurando a falta de empenho nas atividades matemáticas, em aula, e o (in)sucesso nesta disciplina” (p. 101). Assim sendo, é necessário recorrer a elementos e ferramentas, por forma a incentivar e motivar as crianças e alunos para a aprendizagem matemática.

A matemática pela sua diversidade de conteúdos e capacidades e competências que permite desenvolver, pode ser trabalhada de diversas formas, sendo que a utilização de materiais manipuláveis é considerada uma das ferramentas que ajudam na compreensão e apropriação de conhecimentos (Alsina, 2004; Botas & Moreira, 2013; Caldeira, 2009b; Duarte, 2015; Serrazina, 1991).

Desta forma, o primeiro passo para a sua utilização é essencialmente fazer com que a criança e aluno sintam necessidade de explorar, experimentar e manipular qualquer tipo de material (ME, 1990). Contudo, de acordo com Botas (2008) o educador/professor “desempenha um papel de extrema importância, no sentido em que será o responsável na determinação do momento e da razão do uso de um determinado material” (p. 35). Deste modo, o educador/professor deve sempre mostrar-se confiante sobre a utilização do material, estabelecendo conexões entre o mesmo e o que se pretende trabalhar.

Contudo, trabalhar com os materiais manipuláveis nem sempre é tarefa fácil, tal como afirma Caldeira (2009b), uma vez que estes “não são a solução para todos os problemas de aprendizagem de matemática, mas servirão de suporte, como instrumento para actividades na sala de aula, de forma a que a comunicação seja uma realidade” (p. 238). Assim sendo, a manipulação dos materiais deve ser um ciclo aberto, isto é, os mesmos ao serem manipulados devem atingir objetivos e não fins.



Nesta fase é relevante diferenciar materiais manipuláveis de materiais didáticos. Para Bezerra (1962, citado por Caldeira, 2009b) o material didático é “todo e qualquer acessório usado pelo professor para realizar a aprendizagem. São pois, materiais didáticos: o quadro negro, o giz, o apagador, os livros, instrumentos, os aparelhos e todo o meio audiovisual usado pelo professor ou pelo aluno, durante a aprendizagem” (p. 15). No que diz respeito ao material manipulável, estes “são objectos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação nos afazeres do dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia” (Reys, 1982, citado por Vale, 1991, pp. 1-2).

Na sua investigação, Botas (2008) faz referência a um autor, Hole (1977) que diferencia os dois tipos de materiais. Em relação aos materiais didáticos o autor “define como meios de aprendizagem e ensino”, comparativamente aos materiais manipuláveis descreve-os como “uma colecção de objectos, configurados de maneira a corporizarem, de uma forma apropriada uma ou mais estruturas matemáticas” (Botas, pp. 26-27). Deste modo, podemos concluir que os materiais manipuláveis são ferramentas que têm como principal função desenvolver a aprendizagem da matemática e fazer com que o processo de ensino e de aprendizagem seja significativo para as crianças e alunos.

Nesta investigação e dado a natureza dos materiais utilizados, iremos adotar a terminologia de materiais manipuláveis. No entanto, importa referir que dentro dos materiais manipuláveis existem os estruturados e os não estruturados, que passaremos a descrever de seguida.

### **1.2.1. Materiais manipuláveis estruturados**

Ribeiro (1995, citado por Botas, 2008) sugere que o material estruturado é aquele que está “subjacente à sua elaboração, se identifica implícita ou explicitamente pelo menos um fim educativo” (p. 26), isto é, os materiais estruturados permitem trabalhar conceitos matemáticos previamente definidos. Dama, Oliveira, Nunes e Silva (2010) confirmam que materiais manipuláveis estruturados são “suportes de aprendizagem que permitem envolver os alunos numa construção sólida e gradual das bases matemáticas” (p. 5). Desta forma, podemos considerar que os materiais manipuláveis estruturados apresentam conceitos matemáticos definidos e que foram construídos com esse fim. São exemplos de materiais manipuláveis, os calculadores Multibásicos e as calculadoras *Papy*.

Os calculadores Multibásicos são compostos por um conjunto de três placas com cinco orifícios cada uma e um conjunto de cinquenta peças em seis cores diferentes: amarelo (10), verde (13), vermelho (13), azul (10), cor-de-rosa (2) e lilás (2). Este material permite trabalhar diversos conhecimentos matemáticos, tais como, a contagem de quantidades, ordenação, leitura de números, operações aritméticas, entre outros (Caldeira, 2009b). Para além disso, permite desenvolver capacidades e competências, como o raciocínio matemático, a comunicação matemática, o sentido crítico, a criatividade, a persistência nas tarefas, entre outras.

As calculadoras *Papy* são outro exemplo de material manipulável estruturado que permite, sobretudo, trabalhar as operações aritméticas a partir de placas, divididas em quatro partes (Caldeira, 2009b). Cada parte tem uma cor diferente que apresenta um valor numérico: 1 (parte branca), 2 (parte azul), 4 (parte rosa) e 8 (parte verde). Tal como os calculadores Multibásicos, este material permite desenvolver capacidades e competências essenciais na aprendizagem da matemática.

### **1.2.2. Materiais manipuláveis não estruturados**

Diferenciando do material manipulável estruturado, consideramos que o material manipulável não estruturado é todo o material que surge como aquele que na sua criação não apresentou nenhuma preocupação em corporizar estruturas matemáticas, ou seja, é todo o material que não foi construído com um propósito, matemático ou não. Deste modo, Botas (2008) define material manipulável não estruturado como sendo “aquele que ao ser concebido não corporizou estruturas matemáticas, e que não foi idealizado para transparecer um conceito matemático” (p. 27).

Existem inúmeros exemplos de materiais manipuláveis não estruturados, exemplos como: palhinhas, plasticina, rolos de papel, areia, latas, ramos de árvores, lápis/canetas, tampas, ou seja, todo o material que esteja presente no dia-a-dia das crianças e que possa ser trabalho com um propósito educativo na sala de aula.

### **1.3. O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E DA COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA**

Segundo Caldeira (2009b), a utilização dos materiais manipuláveis na sala de aula “funcionam como mediadores, levando a criança a construir mentalmente as representações abstratas dos conceitos”, e que a utilização dos materiais “permite desenvolver o raciocínio matemático (...) e facilitam a comunicação e interação” (p. 31), isto tanto entre alunos, como também entre alunos e educadores/professores.

Deste modo, é importante salientar que os materiais manipuláveis são instrumentos que recorrem ao desenvolvimento de determinadas competências matemáticas, tais como o raciocínio matemático e a comunicação matemática. De acordo com Abrantes e suas colaboradoras (1999), saber identificar e definir as diversas competências matemáticas, desenvolvidas aos longos dos anos curriculares é um desafio educativo. Assim sendo, considera-se que a “competência matemática está relacionada com as atitudes, capacidades e os conhecimentos relativos à matemática que, de uma forma integrada, todos devem desenvolver e ser capazes de usar” (Abrantes et al., 1999, p. 10). Na mesma linha, Machado (2014) considera que uma competência é o conhecimento em ação, que um aluno mobiliza quando é confrontado com uma situação problemática que desconhece. Contudo, para que se consiga mobilizar uma determinada competência, é necessário que o aluno tenha apropriado determinados conhecimentos (matemáticos) e desenvolvido determinadas capacidades.

Uma das competências que se pode desenvolver com o recurso aos materiais manipuláveis é o raciocínio matemático. Segundo Alsina (2004), este

inclui as capacidades de identificar, relacionar e operar e fornece as bases necessárias para se poder adquirir [que preferimos designar por apropriar] os conhecimentos matemáticos. Permite desenvolver competências relativas à capacidade de resolver situações novas, para as quais não se conhece de antemão um processo mecânico de resolução, pelo que pode, portanto, considerar-se que se relaciona com todos os outros blocos da matemática. (p. 11)

Poder-se-á afirmar que compreender a matemática tem por base a utilização de processos de raciocínio (Matos & Serrazina, 1996) e, deste modo, é através dele que estão associadas variadas formas de pensamento tais como “prever resultados, questionar soluções, procurar padrões, fazer recurso a representações alternativas, analisar e

sintetizar.” (Semana & Santos, 2010, p. 2). Assim sendo, torna-se necessário realizar diversas atividades para que as crianças e alunos consigam desenvolver formas de raciocínio diversificadas, por forma a encontrarem soluções para as situações problemáticas que lhes são colocadas.

No decorrer do processo do desenvolvimento do raciocínio matemático das crianças e alunos, o educador/professor desempenha um papel importante, tal como em toda a formação dos mesmos. Este deve proporcionar momentos de aprendizagem que motivem e envolvam as crianças e alunos no processo de raciocinar e refletir, valorizando-o (Semana & Santos, 2010). Nesta fase, deve-se propor a e introduz a utilização dos materiais manipuláveis, de forma adequada a cada faixa etária, pois é através dos mesmos que as crianças e alunos simulam situações, permitem o processo de tentativa-erro, desenvolvem a imaginação, fomentam a motivação, desenvolvendo diversas competências e capacidades. O educador/professor deve sempre valorizar os seus alunos através de todos “os seus conhecimentos e valores, respeitando as suas diferenças” (Caldeira, 2009b, p. 36),

Associado ao desenvolvimento do raciocínio matemático, está presente a comunicação matemática (Machado, 2014). Reconhece-se que a comunicação matemática encontra-se, por sua vez, ligada ao raciocínio matemático, isto porque comunicar ao outro um raciocínio ou uma ideia matemática, exige a organização e clarificação do próprio pensamento e, muitas vezes, é essa comunicação que auxilia o outro a organizar o seu raciocínio, conseguindo, deste modo, chegar a uma conclusão através da interação de estratégias e pensamentos de cada um com os de outros. (Boavida et al., 2008).

Entende-se por comunicação um processo de troca de informações, de ideias, entre um ou mais intervenientes (Ponte & Martinho, 2005). Centrando-nos na aula de matemática, os intervenientes partilham ideias matemáticas, permitindo “a interacção de cada aluno com as ideias expostas para se poder apropriar delas e aprofundar as suas. Nesta perspectiva, a comunicação permite aprender, mas também contribui para uma melhor compreensão do próprio pensamento” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 62). Neste processo, o educador/professor tem a oportunidade de observar como é que os seus alunos estão a estruturar o seu pensamento e o seu raciocínio, permitindo assim que o mesmo identifique os erros e consiga corrigi-los, ajude e encaminhe de forma correta o uso da linguagem matemática e, por fim, que consiga planear novos desafios.

A comunicação matemática é um meio para desenvolver mais e melhores compreensões, para além de favorecer o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, uma vez que permite a estruturação de raciocínios mais complexos e, por sua vez, a apropriação de conhecimentos matemáticos mais complexos, estabelecendo relações entre eles.

Se interligarmos a comunicação matemática com a utilização de materiais manipuláveis, concluímos que o resultado desta incorporação só poderá ser benéfico para a aprendizagem das crianças/alunos, porque para aprender é necessário comunicar e para comunicar é preciso aprender. Partilhando da argumentação de Serrazina (1991), “Aprender matemática fazendo-a não implica só a manipulação de materiais mas também pensar acerca de manipulação e refletir nos processos e nos produtos, porque o que está em causa é não só a atividade física, mas em especial a atividade mental que reflete a atividade matemática” (p. 38). Assim sendo, considera-se que os materiais manipuláveis são ferramentas importantes para a aprendizagem da matemática e que é através dos mesmos que as crianças interagem, não só entre si, mas também com o meio que as rodeiam.



## **CAPÍTULO 2**

### **PROBLEMATIZAÇÃO E METODOLOGIA**

#### **2.1. PROBLEMATIZAÇÃO**

Através da observação e atuação na prática pedagógica, constatámos que, tanto em contexto da educação pré-escolar como no 1.º ciclo do ensino básico, a área da matemática é das que mais promove o interesse, por parte das crianças e dos alunos. Se as atividades matemáticas apelarem à utilização de materiais manipuláveis, estruturados e não estruturados, maior é a motivação.

Com todo o envolvimento no contexto da prática pedagógica, observou-se que não existia uma área específica em que as crianças e os alunos evidenciassem ter mais dificuldades, ao nível das aprendizagens. No entanto, os dois grupos que participaram neste estudo demonstraram ter grande interesse pela utilização de materiais manipuláveis, quando eram confrontados com atividades matemáticas. Através da utilização de diversos materiais e de uma forma mais lúdica, era proporcionado experiências de aprendizagens, em que as crianças e os alunos apropriavam conhecimentos (matemáticos) e desenvolviam capacidades e competências (matemáticas), nomeadamente o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

Diversos autores como Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), Botas e Moreira (2013), Duarte (2015), Ponte (2005) e Vale (1999), bem como alguns documentos de política educativa (ME, 1997; NCTM, 2007) argumentam que a utilização de materiais manipuláveis, estruturados e não estruturados, assume-se como um estímulo à aprendizagem e um meio facilitador no desenvolvimento do raciocínio matemático. Desta forma, consideramos importante que as crianças e os alunos sejam confrontados com atividades matemáticas que promovam o desenvolvimento do raciocínio matemático, contribuindo para uma comunicação matemática mais sustentada e adequada. Contudo, ainda se assiste, por parte de alguns educadores e professores, a pouca utilização dos materiais manipuláveis como ferramenta essencial para que os alunos consigam atribuir sentidos às aprendizagens matemáticas.

Do problema acima descrito, emergiram as seguintes questões de investigação:

1. Qual a importância da utilização dos materiais manipuláveis na aprendizagem da matemática?
2. Quais os contributos dos materiais manipuláveis no desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática?

## **2.2. PARADIGMA INTERPRETATIVO**

Ao realizar um projeto de investigação, existem opções a serem tomadas e que estão relacionadas com o objeto de estudo, nomeadamente ao nível do paradigma e das opções metodológicas adotadas, que permitem dar resposta às questões de investigação que foram formuladas. Assim sendo, e tal como Denzin (2002) explicita, este estudo insere-se no âmbito do paradigma interpretativo. O que este paradigma pretende, tal como os autores Bogdan e Biklen (1991) argumentam, é fazer com que os investigadores tentem compreender o significado que os acontecimentos e interações têm para pessoas vulgares, em situações particulares.

Deste modo, o que se pretende com esta investigação é compreender o fenómeno em estudo – a importância dos materiais manipuláveis no desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática – bem como todos os seus processos, analisando-os e observando-os, através das interações dos participantes em estudo.

## **2.3. INVESTIGAÇÃO-AÇÃO**

O *design* de estudo em que se centra este projeto de investigação é a investigação-ação, que é encarada como

um processo essencialmente *in loco*, com vista a lidar com um problema concreto localizado numa situação imediata. Isto significa que o processo é constantemente controlado passo a passo (isto é, numa situação ideal), durante períodos de tempo variáveis, através de diversos mecanismos (questionários, diários, entrevistas e estudos de caso, por exemplo), de modo que os resultados subsequentes possam ser traduzidos em modificações, ajustamentos, mudanças de direção, redefinições, de acordo com as necessidades, de modo a trazer vantagens duradoras ao próprio processo em curso. (Cohen & Manion, citado por Bell, 1994, p. 20)



Já Sousa (2009) refere que uma investigação-ação remete para uma procura (*investigação*), através de uma atuação, de um desempenho (*ação*). Assim, o autor revela que a partir da junção das duas palavras “obtemos a designação de um tipo de estratégia metodológica de estudo que é, geralmente, levado a efeito pelo professor sobre a ação pedagógica desempenhada por si com os seus alunos” (Sousa, 2009, p. 95).

Assim sendo, é a partir de um problema real que o investigador parte para o campo de estudo, realizando diversas ações para que consiga dar respostas às questões de investigação formuladas, recorrendo a diversos instrumentos de recolha de dados para obter evidências empíricas que sustentem a sua investigação. Este *design* possibilita, também, que o investigador aumente a sua capacidade de compreensão, já na vertente da ação, pois é o próprio investigador a agir através de tarefas e de atividades, fazendo com que haja uma mudança por parte de quem está a ser investigado, através dos tais resultados obtidos.

## **2.4. PARTICIPANTES**

A recolha de dados decorreu durante os anos letivos de 2014/2015 e 2015/2016, na qual a educadora/professora/investigadora desenvolveu a sua prática pedagógica supervisionada. A investigação foi realizada nas duas valências – pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico – na mesma instituição de ensino.

Tuckman (1994) menciona que, num projeto de investigação, é necessário fazer referência aos participantes que nele participam e, deste modo, pretendemos mencionar quem participou na investigação, tendo como critérios de seleção dos mesmos as crianças e os alunos que a educadora/professora/investigadora desenvolveu a prática pedagógica supervisionada.

Assim sendo, como participantes deste estudo foram selecionados dois grupos de alunos: uma turma de crianças de 5 anos do pré-escolar e uma turma de alunos do 4.º ano de escolaridade do ensino básico. Também considerámos como participantes a educadora/professora/investigadora e as educadoras e professora cooperantes.

### **2.4.1. Caracterização da instituição de ensino**

A instituição pedagógica em questão situa-se no concelho de Lisboa. É uma instituição de ensino privado e tem como principal objetivo garantir às crianças/alunos uma educação completa que, segundo o projeto educativo dessa instituição, assume-se

como sendo uma educação que pretende transmitir determinados valores, atitudes, capacidades, destrezas e habilidades, dando importância à excelência e qualidade do ensino. A mesma pretende educar os alunos de forma a que os mesmos no futuro sejam cidadãos completos, aprendendo a respeitar o outro, desenvolvendo capacidades de tolerância e solidariedade, não deixando nunca de investir no desenvolvimento das suas potencialidades individuais.

Inicialmente, a instituição começou por funcionar apenas com crianças do pré-escolar, mas, atualmente abrange as duas valências, pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico. O projeto educativo tem como principais objetivos saber atribuir a importância devida à excelência e qualidade no uso da língua portuguesa e da matemática, como disciplinas base para uma escolaridade equilibrada no futuro; e desenvolver as capacidades de utilização de novas tecnologias para que elas possibilitem aos alunos uma aprendizagem mais profunda, ligada à realidade envolvente e que permita o desenvolvimento do espírito inovador, crítico e criativo.

Relativamente aos recursos físicos, a instituição é constituída por um edifício principal – formado por quatro salas de aula destinadas a atividades letivas (pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico), um gabinete de Direção, três instalações sanitárias, três salas de refeitório, uma arrecadação, uma cozinha, um vestiário e uma sala polivalente/Ginásio –, por dois edifícios pré-fabricados – formados por salas de aulas para o 1.º ciclo do ensino básico – e um edifício secundário onde se encontra a biblioteca e a sala de informática. O jardim exterior possui três áreas de recreio, sendo uma delas destinada ao grupo dos dois/três anos e as outras duas para o pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico e mais uma instalação sanitária.

Os recursos humanos do colégio são compostos por duas educadoras por sala, quatro professoras do 1.º ciclo do ensino básico, uma coordenadora pedagógica, uma funcionária administrativa, quatro funcionárias que auxiliam o trabalho no refeitório e duas funcionárias de limpeza.

No que se refere ao funcionamento da instituição, esta abre portas às 8h e encerra às 19h. Os tempos letivos para o pré-escolar são das 9h às 12h e 30 m, e das 14h às 15h e 30m. Já para o 1.º ciclo, as atividades letivas iniciam-se às 9h até às 12h e 30m da parte da manhã e retomam às 14h terminando às 16h.

#### **2.4.2. Caracterização do grupo no pré-escolar**

O grupo de participantes escolhido para este estudo, a nível do pré-escolar, é constituído por 16 crianças, sendo que sete são do género feminino e nove do género masculino. As idades das crianças variam entre os 5 e 6 anos e todas são de nacionalidade portuguesa.

É um grupo sociável, comunicativo, participativo, interessado, responsável, cooperante, ativo e sempre disposto e com vontade de aprender sempre mais sobre o que o envolve. É notável que todos têm preferência na utilização de materiais manipuláveis, em atividades relacionadas com a matemática, referindo até “eu aprendo mais e divirto-me se usar jogos” (DB, 04 de dezembro, 2014).

Nesta investigação, para preservar a identidade dos participantes, iremos utilizar apenas a inicial do seu nome.

#### **2.4.3. Caracterização da turma no 1.º ciclo do ensino básico**

A turma de 4.º ano de escolaridade é constituída por 16 alunos, dez do género feminino e seis do género masculino, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos, o que corresponde à idade esperada de alunos que frequentam esse ano. Este grupo tem feito o seu percurso escolar junto, desde o 1.º ano de escolaridade, à exceção de três alunos, em que dois deles só entraram no 2.º ano de escolaridade e um aluno começou a frequentar a instituição apenas no 4.º ano de escolaridade, mas todos eles estão completamente incluídos no grupo.

É uma turma que se encontra num bom nível de desenvolvimento em todas as áreas de conteúdo, embora alguns alunos apresentem dificuldades nas diversas áreas. Consideramos que é um grupo interessado, participativo, responsável, ativo, comunicativo, cooperante, acolhedor e simpático. No que diz respeito ao comportamento, a turma é bem-comportada, no entanto, por vezes, são um pouco agitados e conversadores.

Nesta investigação, para preservar a identidade dos participantes, iremos utilizar apenas a inicial do seu nome.

## **2.5. INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS**

Durante a prática pedagógica utilizaram-se diversos instrumentos de recolha de dados, de maneira a podermos recolher dados válidos que correspondam e respondam à presente investigação, atingindo um dos critérios de qualidade numa investigação interpretativa, a triangulação (Cohen, Manion, & Morisson, 2001; Patton, 1990). Deste modo, os instrumentos de recolha de dados utilizados foram a observação, o diário de bordo, as conversas informais e a recolha documental.

### **2.5.1. Observação**

A observação é um instrumento de recolha de dados importante quando se desenvolve um *design* de investigação-ação (Mason, 2002).

Segundo Aires (2011), “A observação consiste na recolha de informação, de modo sistemático, através do contato direto com situações específicas” (p. 24). O mesmo autor refere, ainda, que a observação auxilia através de situações vividas pelo investigador e que nos assumimos como participantes onde “é o próprio investigador o instrumento principal de observação. Isto significa que, (...) o investigador pode compreender o mundo social do interior, pois partilha a condição dos indivíduos que observa” (p. 25). Assim, nesta investigação a observação realizada foi na modalidade de participante observador (Cohen et al., 2001), na medida em que a educadora/professora/investigadora foi participante neste estudo, tendo um papel de intervenção.

Neste estudo, a observação foi realizada durante todos os momentos do mesmo e foi registada no DB.

### **2.5.2. Diário de Bordo**

O Diário de Bordo (DB) complementa outro instrumento de recolha de dados, a observação. É no DB que são registados as observações, os relatórios diários que contemplam as reflexões (ver Anexos 1 e 4), o registo das conversas informais e o registo fotográfico. No que diz respeito ao registo fotográfico, segundo Bogdan e Biklen (1994), “As fotografias tiradas pelos investigadores no campo fornecem-nos imagens para uma inspeção intensa posterior que procura pistas sobre relações e atividades” (p. 189), pelo que esta forma de registo complementa o DB, podendo ter acesso, posteriormente, a

informações que através da observação não era possível ter.

### **2.5.3. Conversas informais**

As conversas informais são um instrumento de recolha de dados que, através do diálogo, os participantes, espontânea e informalmente, relatam informações necessárias ao processo de investigação (Patton, 1990).

No decorrer da investigação surgiram diversas conversas informais, tanto com as crianças, como com os alunos e com as docentes cooperantes. Estas conversas informais foram fundamentais para que pudéssemos compreender algumas situações vivenciadas pelos participantes desta investigação.

### **2.5.4. Recolha documental**

Segundo Aires (2011), os documentos “proporcionam informação sobre as organizações, a aplicação da autoridade, o poder das instituições educativas, estilos liderança, forma de comunicação com os diferentes atores da comunidade educativa, etc” (p. 42). Deste modo, a recolha de documentos deu-nos acesso a informação complementar à informação recolhida com os instrumentos de recolha de dados anteriormente referidos.

Nesta investigação, considerámos como recolha documental os documentos produzidos pela instituição de ensino (exemplo, projeto educativo, regulamento interno, entre outros) e os documentos inerentes a cada criança ou aluno, que constam dos processos individuais, bem como o processo de avaliação dos mesmos.

## **2.6. PROCEDIMENTOS**

Para que a informação recolhida através dos vários instrumentos de recolha de dados ilumine o trabalho desenvolvido, é necessário que existam procedimentos que norteiam o processo de redução da informação e posterior análise. Assim, nesta investigação realizámos dois tipos de procedimentos: procedimentos de recolha de dados e procedimentos de tratamento e análise de dados.

### **2.6.1. Procedimentos de recolha de dados**

Uma vez que realizámos uma investigação-ação, que se assume como uma investigação dinâmica, a recolha de dados foi feita de forma faseada. Numa primeira fase começámos por recolher informação da instituição, na qual foi realizada toda a prática pedagógica supervisionada.

Depois, a recolha de dados foi dividida em dois momentos. O primeiro momento, realizado na educação pré-escolar, começámos com a observação do grupo no qual iríamos atuar, observando as características das crianças e todos os seus interesses e dificuldades, para numa outra fase trabalharmos com as mesmas. Durante este momento, começámos a elaborar o diário de bordo, onde registámos as observações realizadas, as reflexões e aspetos conseguidos e a melhorar.

O segundo momento destinou-se à recolha de dados do 4.º ano de escolaridade. Neste realizamos os mesmos procedimentos de recolha de dados enunciados anteriormente, nomeadamente ao nível da observação e dos registos no DB.

### **2.6.2. Procedimentos de tratamento e análise de dados**

Tendo em conta a natureza da investigação proposta, é natural que o seu processo de tratamento e análise de dados também seja manipulado através de processos, para que o estudo em si seja mais perceptível. Assim sendo, e tal como Flores (1994) menciona, o tratamento e análise de dados deve ser tratado de uma forma faseada, referindo que este procedimento deve ser constituído por três fases.

Numa primeira fase, pretende-se separar, identificar, codificar e classificar todos os dados obtidos na recolha efetuada. A segunda fase tem como finalidade organizar os dados, dispondo-os de uma forma que nos permita, posteriormente, interpretá-los, de uma forma mais adequada. E, por último, a terceira fase, destina-se à interpretação dos mesmos, para que se consiga dar resposta às questões de investigação que emergiram do problema em estudo.

Este processo tem por base uma leitura flutuante e narrativa dos dados recolhidos, tal como é típico de um estudo interpretativo, deixando assim que o leitor tire as suas próprias perceções do estudo em si (César, 2009).

### 2.6.3. Proposta didática

Dado que esta investigação foi realizada num grupo do pré-escolar e numa turma de 4.º ano de escolaridade, decidimos seleccionar quatro atividades matemáticas, duas para cada grupo, por forma a ilustrar o trabalho desenvolvido.

A primeira atividade escolhida do pré-escolar foi desenvolvida em fevereiro de 2015 e surgiu no trabalho desenvolvido em torno de uma história intitulada de *Frederico* de Leo Lionni (2013). Este livro serviu de mote para aprendizagens nas várias áreas de conteúdo. No que diz respeito à área da matemática, foi realizada uma atividade a partir de um pequeno jogo e utilizados materiais manipuláveis não estruturados, as palhinhas. À disposição das crianças encontrava-se um enorme cartaz com dez ratos e com envelopes numerados de um a dez. A criança retirava um cartão que continha uma operação (adição ou subtração) e, com a ajuda das palhinhas, tinha que o resolver. Depois, tinha que colocar o cartão no interior do envelope do cartaz, com o respetivo resultado da operação. Com esta atividade pretendia-se que as crianças, através da decomposição de número, realizassem a operação de adição e subtração, desenvolvendo o raciocínio matemático.

A segunda atividade realizada no pré-escolar está relacionada com a iniciação aos calculadores Multibásicos. Como o grupo de crianças e as educadoras cooperantes não conheciam, nem sabiam manipular este material estruturado, decidimos dá-lo a conhecer às crianças, iluminando as suas potencialidades no desenvolvimento de atividades matemáticas que promovam o raciocínio e a comunicação matemática. Esta atividade desenvolveu-se durante os meses de abril, maio e junho e foi realizada em dois pequenos grupos. Inicialmente, os alunos exploraram livremente o material, de forma a manusearem o mesmo e entrar em contacto com a relação cor e furo, de forma a que as crianças pudessem fazer as suas próprias descobertas. Nesta fase, os alunos tiveram a oportunidade de mostrar que eram capazes de construir e comparar torres de diversos tamanhos e cores. Numa fase seguinte, foram explicitadas as regras base e necessárias para a utilização o material em questão, de forma a que as crianças conseguissem manusear de forma autónoma e dinâmica o mesmo. Após a explicação das regras e, em diversas sessões de trabalho, tendo em conta o ritmo de trabalho das crianças, foram exploradas diversas tarefas matemáticas, tais como o Jogo das Torres (jogo inicial dos calculadores) e, numa fase seguinte, a adição, tendo em conta tanto as regras explicadas como o Jogo das Torres. Nas últimas sessões de trabalho e, como os alunos já conseguiam manipular o material estruturado de forma adequada, foram realizados dois jogos

utilizando tanto o material como outros materiais não estruturados como o dado e imagens.

Relativamente ao 1.º ciclo do ensino básico, a primeira atividade realizada inicialmente em novembro de 2015, esteve relacionada com a iniciação da utilização das calculadoras *Papy*, desenvolvendo o raciocínio e a comunicação matemática, através da resolução de problemas. Esta atividade foi dividida em diversas sessões de trabalho. Na primeira sessão, os alunos tiveram a oportunidade de conhecer e explorar o material, ficando desta forma a conhecer as regras base do mesmo. As sessões seguintes foram destinadas para a aprendizagem e desenvolvimento das três operações básicas (adição, multiplicação e subtração), onde as mesmas foram divididas em duas partes, isto é, a primeira tinha como objetivo a explicação e desenvolvimento da operação e a segunda para a consolidação dos conhecimentos matemáticos.

A segunda atividade, realizada no 1.º ciclo do ensino básico, esteve relacionada com a recolha e tratamento de dados, através de material não estruturado. A atividade, foi realizada em grupo compostos por quatro elementos. Cada grupo tinha que recolher dados sobre toda a turma, nomeadamente, o número de horas que cada aluno estuda durante o fim de semana, a atividade extracurricular que mais gosta de praticar, o mês do ano do aniversário, a cor preferida e a idade do pai e da mãe. Cada tema estava relacionado com um tipo de gráfico e para gráfico estava destinado a utilização de um material não estruturado, como legos, aguarelas, bolas de feltro, imagens recortadas, algarismos móveis, entre outros. Os tipos de gráficos que foram abordados no decorrer da seguinte atividade foram: o gráfico de barras (número de horas que cada aluno estuda durante o fim-de-semana); o gráfico de pontos (a atividade extracurricular que cada aluno mais gosta de praticar); o pictograma (o mês do aniversário de cada aluno); o gráfico circular (a cor preferida de cada aluno); e o caule-e-folhas (a idade dos pais e das mães de cada aluno).

Após a recolha dos dados de cada aluno, os alunos organizaram em tabelas toda a informação que recolheram inicialmente. Posteriormente, procedeu-se à elaboração de cada gráfico e à análise dos mesmos.



## CAPÍTULO 3

### RESULTADOS

#### 3.1. PRÉ-ESCOLAR

##### 3.1.1. Atividade – *Os Ratos Matemáticos*

A primeira atividade, destinada ao pré-escolar, tinha como finalidade o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação matemática. O tema tratado foi desenvolvido a partir do livro *Frederico* de Leo Lionni (ver Figura 1), através do qual a educadora/investigadora trabalhou as diversas áreas curriculares, transversalmente, nomeadamente a Linguagem Oral e Abordagem à Escrita, o Conhecimento do Mundo, as Expressões e a Matemática. As mesmas atividades foram desenvolvidas em diversos dias e sessões de trabalho.

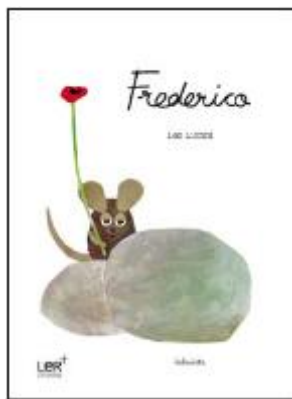


Figura 1 – Livro *Frederico*.

Deste modo, no primeiro dia, a atividade iniciou-se na área de acolhimento, onde começámos por ler a história que abordava a temática de uma família de ratos que recolhia mantimentos para o inverno, à exceção do rato Frederico, que aparentemente pouco contribuía para ajudar os seus colegas. Ao contrário do que todos pensavam, o rato Frederico abastecia-se de raios de sol, de cores e de palavras para que os dias de inverno fossem suportados por todos, mostrando assim ser um rato poético e diferente de todos os outros.

No final da leitura, em grupo, explorámos a história, na qual cada criança deu a sua opinião sobre o conto e sobre a atitude do Frederico. Mencionaram, também, qual seria a cor que recolheriam para os seus dias de inverno e o porquê da escolha como, por exemplo:

J - Eu recolhia o branco, porque o branco é a junção de todas as cores e assim podia fazer muitas coisas.

(DB, 19 de fevereiro, 2015)

Após a leitura, e desenvolvendo a área das Expressões, cada criança recebeu um “Kit do Frederico” (ver Figura 2) onde, individualmente, construíram o seu rato fantoche a partir da técnica da colagem (ver Figura 3). No interior do *Kit* encontravam-se a face redonda, os olhos, as orelhas e os bigodes. As crianças gostaram muito de realizar esta atividade e o resultado dos fantoches ficou como era pretendido (ver Figura 4).



Figura 2 – *Kit* do rato Frederico.



Figura 3 – Técnica da colagem.



Figura 4 – Ratos Fantoche.

No dia seguinte, abordámos a área da Matemática e foi aqui que demos início ao jogo dos Ratos Matemáticos. O jogo consistia no seguinte: através de um placar que apresentava dez ratos com envelopes numerados de um a dez (ver Figura 5), cada criança retirava, aleatoriamente, de um saco opaco, um cartão que continha a indicação de uma operação (de adição ou de subtração).



Figura 5 – Placar dos Ratos Matemáticos.

Com o auxílio de palhinhas, as crianças obtinham o resultado correspondente ao cartão retirado e, assim que terminassem, a educadora/investigadora pedia para que cada criança lesse o seu cartão, explicasse como tinha obtido o resultado e qual o resultado alcançado, tal como é possível observar a partir da seguinte interação.

E/I – B, queres dizer qual a conta do teu cartão?

B – Dois mais cinco.

E/I – Como é que fizeste a conta?

B – A duas palhinhas juntei mais cinco e contei todas.

E/I – E quanto é que deu as duas palhinhas mais as outras cinco?

B – 7 palhinhas.

E/I – Então em que rato vais ter que colocar o teu cartão?

E/I – No rato que tem um envelope com o número 7.

[e a criança dirige-se até ao placar e coloca o cartão no envelope com o algarismo 7].

(DB, aula áudio gravada, 20 de fevereiro, 2015)

Como podemos constatar pela análise da interação e pela observação da Figura 6, a educadora/investigadora pretendia que a criança B explicitasse o seu raciocínio matemático e a forma como procedeu à resolução da tarefa proposta. Este aspeto é importante, na medida em que permite à criança desenvolver a comunicação matemática

e a estruturar o seu raciocínio. Depois da criança perceber que a resolução da operação estava correta, esta podia colocar o seu cartão no rato matemático que continha o número correspondente ao resultado, como podemos observar na Figura 7.



Figura 6 – Material utilizado.



Figura 7 – Criança a colocar o cartão no envelope.

O objetivo desta atividade foi, não só desenvolver o raciocínio matemático, através da resolução de operações matemáticas (adição e subtração), com o auxílio das palhinhas, como também ampliar a comunicação matemática, através do discurso que desenvolveram durante a realização da tarefa proposta e da explicação dada aos colegas, da maneira como procederam para obter aquele resultado. Para além dos objetivos referidos anteriormente, com esta atividade foi, também, possível mostrar às crianças que existem diversas maneiras de chegar ao mesmo resultado, através da decomposição dos números, como, por exemplo:  $10 = 5 + 5$  ou  $6 + 4$ ;  $8 = 2 + 6$  ou  $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ , como é visível nas seguintes imagens (Figuras 8 e 9):



Figura 8 – Realização da operação.



Figura 9 – Realização da operação.

Na aula seguinte, foram trabalhadas duas áreas curriculares, a do Conhecimento do Mundo e, novamente, a das Expressões. Desta atividade, ligada também ao livro *Frederico*, desenvolvemos os conteúdos programáticos relacionados com as estações do ano. Inicialmente, as crianças referiram elementos e características que diferenciam as quatro estações do ano e, como forma de consolidar os conteúdos abordados, foi entregue a cada criança uma folha A3, dividida em quatro partes. Em cada uma das quatro partes, as crianças calcaram a sua mão e, posteriormente, decoraram as mesmas, simulando que as mãos eram o tronco de uma árvore. A decoração das árvores seguia as características sazonais (ver Figuras 10, 11 e 12).



Figura 10 – Crianças a trabalhar na atividade.



Figura 11 – Calco das mãos.



Figura 12 – Estações do ano.

No mesmo dia realizamos um jogo chamado de “Ratos Faladores”, destinado à área da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita. Dispersos pela sala, encontravam-se quatro Ratos que no seu focinho tinham uma letra (ver Figura 13). Este jogo era idêntico ao “jogo das cadeiras”, isto é, ao som de uma música as crianças circulavam livremente pela sala (ver Figura 14) e, assim que a música era interrompida, os mesmos tinham de parar junto de um rato. Em grupo e em conformidade, tinham de escolher uma palavra que começasse pela letra que se encontrava no focinho do rato (ver Figura 15).



Figura 13 – Ratos Faladores.



Figura 14 – Alunos a circular.



Figura 15 – Alunos a escolher a palavra em grupo.

Para finalizar as atividades relacionadas com o livro *Frederico*, realizámos uma tarefa alistada à área da Matemática. A tarefa pretendia que as crianças, a partir de ratos fabricados com tampas de garrafas, realizassem um padrão e, consequentemente, uma sequência livre. A sequência, por sua vez, foi colada numa folha A4 (ver Anexo 3), onde se encontrava um pequeno texto citado por cada criança na primeira aula do *Frederico*, onde cada uma mencionou qual a cor que recolhia para os dias de inverno, justificando e relacionando-a com a história (ver Figuras 16 e 17). O seguinte modelo mostra um exemplo de um texto referido por uma criança, que se encontrava na folha, em que as crianças apenas tinham de escrever o seu nome, pois o restante já foi entregue escrito e personalizado a cada criança:

“Eu sou o Ratinho T.

A cor que eu recolhia para os meus dias de inverno seria o **verde**, porque me faz lembrar os **arbustos**.”

(T, DB, 05 de março, 2015)



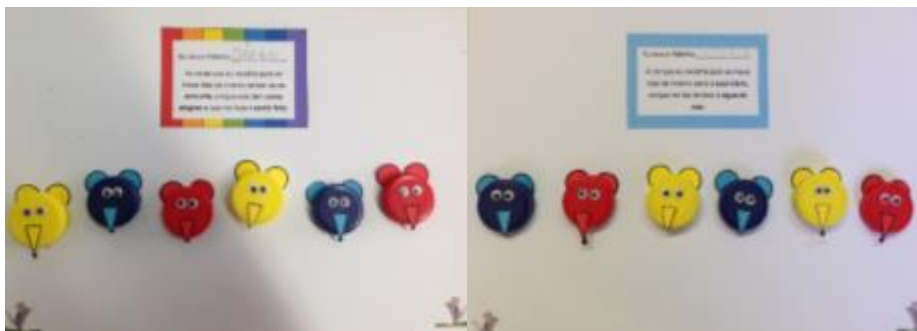


Figura 16 – Exemplos de sequências dos ratos elaborados pelas crianças.



Figura 17 – Placar da sala de aula.

Habitualmente, as crianças sentem-se motivadas por atividades que requerem alguma diversidade e, como se pôde observar, a partir de um pequeno livro, foi possível desenvolver cinco atividades distintas, trabalhando todas as áreas curriculares, promovendo uma aprendizagem mais significativa, na medida em que todas as tarefas propostas foram contextualizadas, tendo como ponto de partida elementos motivadores e facilitadores da aprendizagem – história e material não manipulável. Para além disso, este conjunto de tarefas também permitiu mostrar às crianças que o saber não se encontra compartimentado, mas sim que se relaciona e, por vezes se complementa, com todas as áreas curriculares. Focando apenas na área da matemática, foi visível que, a partir do material não estruturado construído, que se tornou apelativo e facilitador na aprendizagem, as crianças conseguiram desenvolver e/ou mobilizar capacidades e competências, tais como a concentração e atenção, a comunicação (matemática), o raciocínio (matemático) e a persistência na tarefa. Para além disso, observámos, também, uma melhoria ao nível da qualidade das interações sociais entre as crianças e entre elas e a educadora/investigadora.

### **3.1.2. Atividade – *Torres Matemáticas***

A segunda atividade, também destinada ao pré-escolar, pretendia que as crianças conhecessem e aprendessem a utilizar os calculadores Multibásicos e que recorressem a esse material manipulável estruturado na realização de operações matemáticas, neste caso a adição.

A instituição continha apenas oito caixas do material e, assim sendo, a opção tomada, em conformidade com as educadoras, foi dividir a turma em dois grupos, em que cada um abrangia oito crianças. Na parte da manhã, a educadora/investigadora desenvolvia as tarefas com o grupo que não praticava natação, e, assim que o grupo da natação regressasse, dirigíamo-nos para a sala da informática/ biblioteca da instituição, deixando assim, as educadoras desenvolver outras atividades com o restante grupo. No entanto, constatou-se que tal situação não era possível ocorrer, pelo que se optou por realizar as atividades com os dois grupos em dias diferentes.

O desenvolvimento desta atividade recaiu sobre quatro manhãs de trabalho para cada grupo. Sempre que era necessário e possível, foram realizadas sessões de trabalho suplementares, com o objetivo de rever, desenvolver e reforçar o processo de aprendizagem do uso do material manipulável estruturado. O desenvolvimento da atividade foi feito de igual forma para os dois grupos, apesar de um dos mesmos se mostrar ser mais desenvolvido que o outro, em termos de ritmo de trabalho como a nível de raciocínio e comunicação matemática.

A primeira sessão referente a este material foi destinada apenas para a exploração inicial do mesmo, principalmente ao nível do manuseamento e da relação cor e furo, pelo que as crianças poderem fazer as suas próprias descobertas. Livremente construíram torres da mesma cor, de cores e tamanhos diferentes, mostrando que sabiam distinguir as diferentes cores, conseguiram fazer comparações e mostraram conseguir representar na placa o número de peças que lhes era ditado.

Numa fase seguinte, explicámos que, para se poder jogar com os calculadores Multibásicos, era necessário aprender determinadas regras e assim iniciámos a exploração dos mesmos, para que numa etapa posterior as crianças conseguissem manusear o material de forma autónoma e dinâmica. A primeira regra explicada foi que as peças colocam-se sempre da direita para a esquerda e não da esquerda para a direita, tal como as crianças estão habituadas a realizar diversas atividades, como a iniciação à escrita. A partir desta regra foi exposta a ordem das cores das peças – amarelo, verde, vermelho e azul e, à medida que íamos referindo a ordem, cada criança colocava uma peça da cor



correspondente no furo, com o objetivo de apropriar melhor a regra explicada (ver Figura 18). Este processo foi repetido três vezes, até as crianças interiorizarem corretamente a ordem das cores.



Figura 18 – Associação furo com cor.

Na segunda etapa e com o objetivo de dar início à utilização do material, focando no domínio da Matemática, começamos por sugerir uma sequência: seis peças amarelas, três peças verdes, quatro peças vermelhas e oito peças azuis (ver Figura 19).

A partir desta série questionámos as crianças qual era a torre maior e a menor, no qual responderam que a maior era a azul que tinha oito peças e a mais pequena era a verde porque tinha apenas três peças. A partir das respostas das crianças, passámos para a explicação do “Jogo das Torres” e da regra principal do mesmo:

**E/I** - “Neste jogo nunca podemos ter na placa torres com a mesma quantidade de peças do nome do jogo.”

(DB, 24 de abril, 2015)

ou seja, se o jogo se chamar “Jogo da Torre do 4” não é possível ter torres com quatro ou mais do que quatro peças, quando isso acontece tem que se trocar essa torre (com o número de elementos do valor do jogo), por uma peça da cor que vem a seguir.



Figura 19 – Início do jogo das Torres.

Com as torres que já tínhamos formadas, questionámos as crianças: “Qual é o nome do jogo que vamos jogar?” ao que responderam “Jogo da Torre 8” e interrogámos o porquê de se chamar “Jogo da Torre 8”, no qual responderam que se chamava assim porque a torre maior era a torre que tinha oito peças. E assim demos início ao primeiro jogo das torres. Vejamos na seguinte interação da aula com o segundo grupo, onde se mostra o que foi explicado anteriormente.

E/I – ZM, quantas peças amarelas tens na placa?  
ZM – Seis.  
E/I – Podemos ter seis peças?  
ZM – Sim.  
E/I – Porquê?  
ZM – Porque estamos a jogar o jogo da torre 8 e não podemos ter oito ou mais que oito.  
E/I – Então oito é maior que seis?  
ZM – É.  
E/I – Boa! J, e a torre a seguir? Quantas peças tem?  
J – Três.  
E/I – E Podemos ter três peças?  
J – Sim.  
E/I – B, a torre vermelha tem quantas peças?  
B – Quatro.  
E/I – E podemos ter quatro peças neste jogo?  
B – Podemos.  
E/I – V, a última torre tem quantas peças?  
V – Oito peças azuis.  
E/I – E neste jogo é possível ter oito peças numa torre?  
V – Não, porque estamos a jogar o jogo da torre de 8 e não podemos ter oito nem mais do que oito.  
E/I – Muito bem V. E lembras-te do que é que tínhamos de fazer quando havia torres do mesmo tamanho ou maiores do que o nome do jogo que estamos a jogar?  
V – Tiramos a torre colocamos uma peça no furo a seguir.  
E/I – E agora? Qual será a cor que temos de usar a seguir?  
A – Amarelo.  
E/I – Não, agora vou-vos ensinar outra regra. A seguir ao azul, a cor que se volta a repetir é o verde. Por isso qual e quantas peças vamos colocar no furo a seguir?  
M – Hum... Uma peça verde?  
E/I – Exato. C, consegues dizer-me o resultado final deste jogo?  
C – Seis amarelas, três verdes, quatro vermelhas, nenhuma azul e uma verde.

(DB, aula áudio gravada, 08 de maio, 2015)

A presente interação clarifica, não só a importância que as interações sociais assumem na aprendizagem matemática, como também demonstra que as crianças conseguiram colocar em ação tudo o que a educadora/investigadora explicou na fase inicial da utilização dos calculadores, isto é, as regras bases da utilização.

Após o primeiro jogo, voltámos a concretizar outros jogos, dentro do mesmo registo, considerados mais fáceis que o anterior. A educadora/investigadora foi sempre

quem ditou a sequência de cores e a respetiva quantidade. No primeiro grupo, devido ao tempo que as crianças demoraram a resolver a primeira tarefa apenas conseguimos realizar mais dois jogos, sendo que, no segundo grupo, conseguimos realizar mais três jogos após a explicação inicial.

Para primeira abordagem, tanto no primeiro grupo como no segundo, considerámos que a aprendizagem foi satisfatória e que as crianças conseguiram acompanhar todo o raciocínio, cada uma no seu ritmo, de uma forma mais divertida do que o habitual. É importante explicar que, após a introdução e exploração do presente material, nos dias nos quais a educadora/investigadora não se encontrou presente, as educadoras foram utilizando, desenvolvendo e incutindo nas crianças o uso dos calculadores Multibásicos, realizando tarefas idênticas às anteriormente descritas.

Na segunda aula para cada grupo, repetimos todo o processo anterior, fazendo uma pequena revisão do princípio fundamental do jogo dos calculadores Multibásicos, tentando compreender se as crianças tinham apropriado as regras explicadas na última aula, para que se pudesse avançar para outro jogo com um nível de dificuldade superior ao anterior: o Jogo das Torres mas com a operação da adição. Observou-se que, em geral, as crianças tinham apropriado as regras e, como tal, avançamos para o seguinte jogo, explicando que:

**E/I** – “A partir de agora vamos passar a jogar outro jogo, o jogo da adição a partir do jogo das torres”

(DB, 15 de maio, 2015)

É essencial que as crianças percebam desde o início da tarefa, que “a adição é a operação aritmética que traduz ações de reunir” (Damas, Oliveira, Nunes, & Silva, 2012, p. 52). É, também, necessário esclarecer que, no decorrer das tarefas, não foram desenvolvidos os sistemas de numeração, isto é, não explorámos a noção de ordem nem de classes, baseámo-nos apenas na operação e no desenvolvimento do raciocínio matemático.

Para realizarmos o novo jogo, foi necessário que todas as crianças estivessem com a devida atenção, até porque o jogo altera um pouco o Jogo das Torres anterior. Inicialmente questionámos o grupo da quantidade de placas que estavam habituadas a utilizar para jogar o jogo, no qual responderam que apenas utilizavam uma das três placas

que a caixa inclui. Após a resposta das crianças, explicámos que, a partir daquele momento, iríamos passar a utilizar as três placas, uma vez que ao somar duas o resultado teria que aparecer na terceira placa, a placa dos resultados.

De seguida, foi explicado uma nova regra: para se descobrir qual a torre que se vai jogar é necessário sempre adicionar, mentalmente, uma unidade à torre maior, isto é, se a torre maior tiver quatro peças, vamos jogar ao jogo de torre 5, porque quatro peças mais uma unidade é igual a ter cinco. Para além da regra foi esclarecido que, após colocadas todas as peças na primeira e na segunda placa, não se pode mexer mais, ou seja, só era permitido trabalhar na terceira e última placa.

Para algumas crianças, a explicação da nova regra foi um pouco complexa, uma vez que exigia a compreensão de várias informações em simultâneo. Contudo, para que todas conseguissem realizar este jogo, explorámos um exemplo com as crianças. Começámos por ditar as quantidades referentes às cores das peças, como se pode observar na seguinte interação:

E/I – Na primeira placa vão colocar duas peças amarelas, uma peça vermelha, certo?? É vermelha?

T – Não, é verde.

E/I – Exato, uma peça verde. E a seguir uma peça vermelha. Na segunda placa vão colocar três peças amarelas, nenhuma peça verde.

T – Nenhuma?

E/I – Sim, e uma peça vermelha. VT, qual é a torre mais alta?

VT – A torre amarela que tem três peças. E assim vamos jogar na torre de base 4.

T – Não. 3!

VT – Não, não. Temos que juntar sempre na nossa cabeça mais um à torre mais alta, por isso é que é na base 4.

E/I – Boa VT. Então vamos começar. Não mexemos mais nas duas primeiras placas. Na primeira placa temos duas amarelas e na segunda mais três. Duas mais três?

T – Seis! Quer dizer cinco.

E/I – Exato. No primeiro furo da terceira placa vamos colocar cinco peças amarelas. Agora temos uma verde mais nenhuma verde. Quanto é que é um mais zero, D?

D – Uma. Vamos por uma peça verde no furo da torre verde.

I/E – VS, temos uma peça vermelha na primeira placa e outra peça vermelha na segunda. Quantas peças vermelhas vamos por no terceiro furo? Um mais um?

VS – Dois. Vamos por duas peças.

E/I – ‘Tamos a jogar em que torre?

D – Torre 4.

E/I – Torre 4. Quantas peças temos na torre amarela?

D – 5, mas não podemos.

E/I – Então o que é que temos de fazer? Temos de tirar uma torre de quantas peças?

VT – 4 peças.

I/E – E quantas peças deixamos?

M – Uma.

E/I – E o que é que vamos juntar à placa a seguir para substituir a torre que tirámos agora?

T – Uma peça verde.

E/I – Tínhamos uma verde, juntamos mais uma ficamos com quantas?

ZM – Duas.  
E/I – Podemos ter duas peças verdes?  
A – Sim.  
E/I – Podemos ter duas peças vermelhas?  
A – Sim.  
E/I – Então o D vai-nos ler a placa.  
D – Uma peça amarela, duas peças verdes e duas peças vermelhas.  
E/I – Agora vão arrumar as peças e as placas na caixa e vamos almoçar!!!

(DB, aula áudio gravada, 19 de junho, 2015)

Esta interação ilumina a importância que as interações sociais assumem na aprendizagem matemática, na medida em que, em conjunto, através das várias solicitações, as crianças conseguiram colocar em ação o que a educadora/investigadora tinha explicado anteriormente. Para além disso, foi notório o envolvimento das crianças na realização desta tarefa, na medida em que, das oito crianças do grupo, sete participaram neste diálogo, o que mostra o papel da educadora/investigadora na promoção de uma participação ativa, por parte das crianças, como meio para a apropriação de conhecimentos (matemáticos) e para o desenvolvimento de capacidades e competências, tais como, a atenção, a concentração, a observação, a comunicação (matemática) e o raciocínio (matemático). Nas Figuras 20 e 21 podemos observar duas situações descritas na interação anterior.



Figura 20 – Jogo da Torre com adição.



Figura 21 – Resultado do Jogo.

No decorrer das tarefas, foi notório que algumas crianças conseguiam perceber de imediato qual o jogo que se ia jogar: “temos de juntar na nossa cabeça mais um à torre maior” (DB, 19 de junho, 2015), já outras crianças, respondiam sempre conforme o jogo das torres inicial. Numa primeira abordagem, foi visível que o segundo grupo encontrava-se mais desenvolvido do que o primeiro grupo, relativamente ao raciocínio matemático e, até mesmo, no que diz respeito à comunicação matemática.

Após estas quatro sessões terem sido realizadas, existiram outras duas, uma para cada grupo, com o objetivo de rever todos os processos, regras, jogos e observar se as crianças tinham compreendido o trabalho desenvolvido.

No primeiro grupo foi levado um problema do dia-a-dia. Foi entregue a cada criança um saco, que no seu interior continha dois bonecos de géneros diferentes e quatro frutos: a banana (associada à peça amarela), a maçã (associada à peça verde), o morango (associado à peça vermelha) e por fim, o mirtilo (associado à peça azul) (ver Figura 22).



Figura 22 – Associação peça – fruto.

Começámos por pedir às crianças que colocassem as imagens por baixo da placa dos resultados, de modo que, no final, as mesmas conseguissem referir o resultado, associando a peça à fruta correspondente à cor. O problema proposto foi:

O Senhor Joaquim deslocou-se até ao mercado para comprar fruta. Quando chegou à banca da senhora Margarida pediu:

- Duas bananas → duas peças amarelas;
  - Duas maçãs → duas peças verdes;
  - Quatro morangos → quatro peças vermelhas;
- (Colocar as peças na 1.<sup>a</sup> placa)

Quando chegou a casa, a sua mulher disse que queria fazer uma salada de fruta, mas precisava de mais fruta e assim sendo o Senhor Joaquim dirigiu-se de novo ao mercado. Quando chegou à banca da senhora Margarida pediu mais:

- Quatro bananas → quatro peças amarelas;
- Três maçãs → três peças verdes;
- Dois morangos → duas peças vermelhas;
- Alguns mirtilos.

No total, quantas peças de fruta é que o Senhor Joaquim foi comprar ao mercado? E quantos mirtilos foram utilizados na sala de fruta?

(DB, aula do 19 de junho, 2015)

Ao longo do problema, as crianças conseguiram associar a peça à fruta e foram colocando diretamente as peças nos respetivos furos (ver Figura 23). O processo realizado para responder à questão do problema foi igual ao processo utilizado no exemplo referido

anteriormente, ou seja, o jogo da torre 5. Após todo o procedimento do jogo, as crianças responderam:

A – “Para a salada de fruta o Senhor Joaquim utilizou uma banana, (uma peça amarela), uma maçã (uma peça verde), dois morangos (duas peças vermelhas) e acabou por usar um mirtilo (uma peça azul)” (ver Figura 24).



Figura 23 – Problema do Senhor Joaquim.



Figura 24 – Problema resolvido.

Para o segundo grupo, foi proposto outro tipo de jogo. Foram levados quatro dados com quatro cores diferentes: um amarelo (para as peças amarelas), um verde, (para as peças verdes), um vermelho (para as peças vermelhas) e um azul (para as peças azuis). O jogo consistia no seguinte: à vez foi lançado um dado e após o lançamento, as crianças colocavam na placa o número que tinha saído no dado. O processo repetiu-se duas vezes, uma vez que são utilizadas duas placas. A seguinte interação mostra como se procedeu o jogo referido:

E/I – Quantas peças amarelas vamos colocar na primeira placa? Vamos lançar dado!

C – Seis!! (colocam 6 peças amarelas no primeiro furo).

E/I – Qual é a peça a seguir à amarela?

VT – Verde.

E/I – Vamos lançar o dado.

C – Um. (e colocam).

E/I – Qual é a cor a seguir?

C – Vermelho.

E/I – Vamos lançar o dado.

C – Um.

E/I – Muito bem, a primeira placa está concluída. (tiro fotografia). Vamos para a 2.<sup>a</sup> placa.

Qual é a primeira cor?

C – Amarelo.

E/I – Vamos lançar dado e .. Sai o dois.

C – (Colocam as peças)

E/I – Lançar o dado verde e ... sai o três.

C – (colocam as peças).  
 E/I – Qual é a última cor que vamos lançar?  
 C – Vermelho.  
 E/I – Lançar o dado e... sai o quatro. Qual é a torre maior?  
 T – Torre de base 6.  
 E/I – Como o T não esteve na última aula em que estivemos a jogar este novo jogo, vamos ter que lhe ensinar. T, qual é a torre maior?  
 T – A amarela e tem 6 peças.  
 E/I – Quem sabe em que base vamos jogar?  
 ZM – Base 6.  
 VT -7!!!!  
 E/I – 7?! Porque?  
 VT – Porque temos que juntar na nossa cabeça mais um à torre maior. Seis mais um é sete!  
 E/I – Percebeste T? Nós agora já não fazemos aquele jogo onde só utilizamos uma placa e por isso temos de ir ver às nossas duas primeiras placas qual é a torre maior. Neste caso é a torre de ...?  
 T – 7!  
 E/I – Qual é a maior torre que existe nas nossas placas?  
 T – 6.  
 E/I – À torre maior, juntamos na nossa cabeça sempre mais um e essa vai ser a base em que vamos jogar este novo jogo. Por isso, à torre de seis vamos juntar mais um, mas só na nossa cabeça. E assim, qual é a torre em que vamos jogar?  
 ZM e T – Base 7.  
 E/I – Então vamos experimentar. A partir de agora não mexemos mais nas duas primeiras placas, só na terceira que é a última.

(DB, aula áudio gravada, 19 de junho, 2015)

Esta interação revela a importância que as interações sociais assumem na aprendizagem matemática, na medida em que, em conjunto, através de tarefas diversificadas, as crianças colocaram em prática tudo o que a educadora/investigadora explicou. Como já foi referido anteriormente, através das tarefas lúdicas as crianças envolveram-se ativamente, pois como foi possível observar na interação em cima transcrita, praticamente todo o grupo de crianças participou no diálogo, o que mostra novamente que o papel da educadora/investigadora foi promotor da participação das crianças, sendo deste modo um meio para o desenvolvimento de capacidades e competências e, também, para a apropriação de conhecimentos.

Como podemos observar ao longo das tarefas propostas, os calculadores Multibásicos permitem desenvolver aprendizagens significativas para as crianças, na medida em que possibilita não só a apropriação de conhecimento matemático, neste caso, o conceito de número e a adição, como também, o desenvolvimento de capacidades e competências, como o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Considerámos que a utilização de problemas que apelem às vivências das crianças foram um facilitador no envolvimento das mesmas nesta atividade. Queremos ainda referir que



todas as atividades foram pensadas e postas em prática consoante as dificuldades de cada criança e tendo em conta o próprio ritmo de trabalho das mesmas.

### 3.2. 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

#### 3.2.1. Atividade – *Quadrados Sarapintados (Calculadoras Papy)*

A primeira atividade realizada no 1.º ciclo do ensino básico teve como ponto de partida a necessidade de trabalhar o domínio dos números e operações, com recurso à utilização de materiais manipuláveis estruturados, mais precisamente as calculadoras *Papy*, promovendo o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática. Deste modo, e através do desenvolvimento da atividade, a professora/investigadora pretendeu com que os alunos, não só aprendessem a manipular o material ignoto para os mesmos, como também o utilizassem na realização de operações matemáticas, mais precisamente a adição, a subtração e a multiplicação.

Sendo esta uma atividade com diversas tarefas, a mesma foi desenvolvida em dias distintos.

##### 3.2.1.1. Iniciação

No primeiro dia, deu-se início à tarefa com a apresentação e exploração inicial do material. A professora/investigadora começou por apresentar a Caixa *Papy* em grande dimensão que, no seu interior, continha uma caixa *Papy* pequena para cada aluno (ver Figuras 25 e 26), onde cada uma tinha o material necessário para o desenvolvimento da atividade (ver Figura 27).



Figura 25 – Caixa *Papy* em grande dimensão.



Figura 26 – Interior da caixa *Papy*.



Figura 27 – Caixa *Papy* individual.



Figura 28 – Material presente em cada caixa *Papy*.

Após grande especulação por parte dos alunos, a professora/investigadora apresentou o material aos mesmos, oferecendo-lhes uma caixa para que tivessem oportunidade de manipular o material. O primeiro passo, após a livre exploração do material, foi fazer com que os alunos lessem o que se encontrava no interior da caixa (ver Figura 28) e só depois é que demos início à sessão de trabalho.

Começou-se por referir que a este material denominava-se por Calculadoras *Papy* e que o mesmo servia para tornar a matemática ainda mais divertida. Após a breve introdução foi pedido que cada aluno retirasse do interior da sua caixa apenas uma das quatro placas e as marcas de cor-de-laranja. Deste modo, demos início à exploração matemática do material. Primeiro, foi explicado que a cada quarto de quadrado, que tinha uma cor coligada, estava associado um valor (ver Figura 29) e que a ordem dos mesmos seria: branco, azul, cor-de-rosa e verde.

Posteriormente, foi pedido que cada aluno colocasse uma marca por cima do quarto de quadrado branco e aqui foi esclarecido que ao colocar uma marca sobre o mesmo estávamos a representar uma unidade. Ao questionar quantas unidades teríamos se fosse colocado uma marca sobre o quarto de quadrado azul, os mesmos, e rapidamente, responderam duas unidades. O mesmo aconteceu quando foi questionado para os quartos de quadrados cor-de-rosa e verde, vejamos na seguinte interação da aula, onde mostra o que foi explicado anteriormente:

P/I – Exatamente. Então e se eu colocar uma marca no quadrado rosa?

A – 3...

MF – 4!

P/I – Porquê?

F – Porque dois mais dois são quatro. E como duas marcas no branco é igual a uma no azul, duas no azul é igual a uma no rosa. AHHHH e duas no rosa vai ser igual a uma no verde, por isso uma marca no verde deve ser igual a oito unidades.

(DB, aula áudio gravada, 03 de novembro, 2015)

8	4
2	1

Figura 29 – Associação cor – valor.

A argumentação realizada pela aluna F ilumina que foi capaz de estabelecer relações numéricas entre cada quarto do quadrado, indo mais além do que tinha sido explicado pela professora/investigadora. De seguida, foi questionado como se poderia representar 10 unidades. As respostas foram variadas, até porque os alunos decompuseram o número 10, como podemos observar na seguinte interação:

S – Então, colocas uma marca no oito e uma no dois.

MF – Eu sei outra maneira! Uma marca no oito e duas marcas no um.

F – Uma marca no quatro e três marcas no dois.

BT – Duas no quatro e uma no dois.

V – Uma no quadro, uma no dois e quatro no um.

M – Uma no rosa, uma no azul e quatro no branco.

MV – Seis no branco e uma no quadrado cor de rosa. Ou dois no azul.

F – Também sei outra... 10 marcas no branco!

(DB, aula áudio gravada, 03 de novembro, 2015)

Como podemos observar estabeleceu-se um diálogo produtivo e significativo entre os alunos, no qual a professora/investigadora apenas entreviu quando lançou a questão para a turma. Desta forma, foi possível, através das intervenções dos próprios alunos, realçar um aspeto importante: todas as formas de raciocínio são válidas, desde que justificadas e aceites por todos. Contudo, nesta situação algumas das estratégias de

resolução não seriam adequadas, pois não cumpriam as regras de utilização das Calculadoras *Papy* (ver Anexo 6).

Após a professora/investigadora ter realçado as duas regras para a utilização das calculadoras *Papy*, foram realizadas duas tarefas, por forma a constatar se os alunos tinham entendido as regras. A primeira tarefa consistiu no seguinte: nas calculadoras *Papy* da professora/investigadora, que se encontravam expostas no quadro, a mesma representava números e o pretendido era fazer com que os alunos adivinhassem quais os números apresentados. Vejamos a seguinte interação que exemplifica o pretendido:

P/I – Muito bem! Então agora, podem limpar as placas e vamos fazer alguns exercícios. Eu vou fazer um aqui no quadro e vocês têm que adivinhar. (Faço no quadro). Braços no ar para quem quiser adivinhar. F, responde que eu ajudo. Vamos primeiro às unidades.  
F – Nas unidades estão um mais dois e mais quatro, por isso 7 unidades.  
P/I – Certo, e agora nas dezenas?  
F – Dois mais quatro que é seis.  
P/I – Então o número representado é?  
F – 67!

(DB, aula áudio gravada, 03 de novembro, 2015)

Podemos observar (ver Figuras 30 e 31) um exemplo da tarefa realizada em sala de aula.



Figura 30 – Exercício realizado pela P/I.



Figura 31 – Exercício realizado pelo Aluno.

A segunda tarefa foi idêntica à anterior, mas em vez de ser a professora/investigadora a colocar um número nas placas, era um aluno que se dirigia ao quadro para o fazer. Enquanto isso, os outros alunos tinham de descobrir qual o número que o colega tinha representado nas calculadoras, como se exemplifica na seguinte interação e na Figura 32:

P/I – BT, vens tu agora ao quadro! Vamos ao último. É para todos irem fazendo e tentarem descobrir qual o número que a BT está a representar.

Então eu quero que o P me diga qual o número que a BT representou nas calculadoras.  
P/I – Nas unidades temos 2 mais 4 que dá 6 unidades.  
E – 6 unidades. E agora nas dezenas?  
P – 2 mais 8, são 10.  
P/I – E o que temos de fazer?  
P – Tiramos a marca do azul e do verde e metemos uma marca no quadrado branco da placa seguinte.  
P – 1 mais 2 são 3, 3 mais 8 são 11 e não dá!  
P/I – O que acontece?  
P – Tiramos outra vez a marca do azul e do verde e metemos uma marca no quadrado branco da placa dos milhares.  
P/I – Então fica ...  
Alunos – 9106.

(DB, aula áudio gravada, 03 de novembro, 2015)

Foi notório, a partir das interações anteriormente apresentadas, que os alunos alcançaram o pretendido na fase inicial da utilização das Calculadoras *Papy*, não só quando a professora/investigadora entrevistou, mas também quando os próprios alunos intercederam perante toda a turma, mostrando sempre grande entusiasmo na atividade a ser realizada.



Figura 32 – Exercício delineado pelo aluno.

Depois de concluída estas duas tarefas, foi entregue a cada aluno uma ficha informativa que apresentava todos os conteúdos abordados no decorrer da presente atividade (ver Anexo 6). Assim que todos terminaram de ler a mesma, a professora/investigadora entregou uma proposta de trabalho 1 (ver Anexo 7) onde os alunos tinham que colocar em prática os conhecimentos trabalhados anteriormente. Nas Figura 33, podemos observar algumas respostas dos alunos a esta proposta de trabalho.

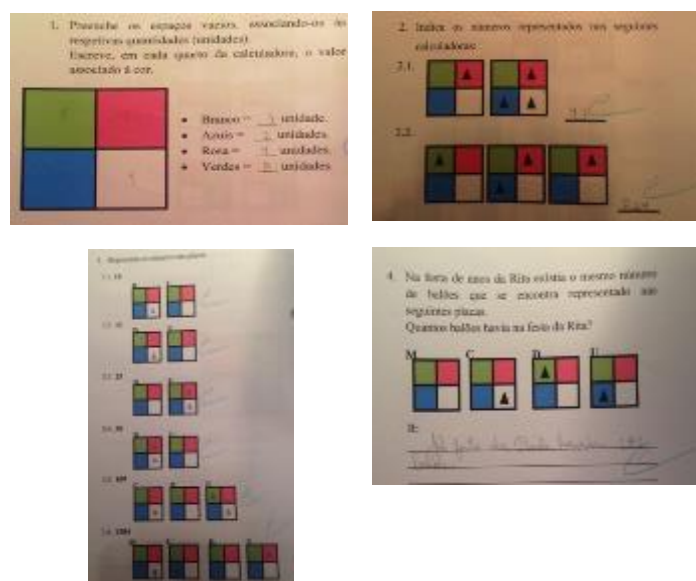


Figura 33 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 1.

Para primeira abordagem à utilização do presente material, consideramos que a aprendizagem foi satisfatória, na medida em que os alunos mostraram entusiasmo e motivação para trabalhar com este material manipulável estruturado, criando espaços para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação matemática.

### 3.2.1.2. Adição

Na segunda sessão de trabalho pretendeu-se trabalhar a operação da adição, recorrendo às calculadoras *Papy*. Após realizar uma breve revisão do que tinha sido trabalhado na aula anterior, iniciou-se a tarefa, começando por explicar as regras subjacentes à adição, quando se utiliza este material (ver Anexo 8).

Foi pedido a um aluno que desse um exemplo de uma adição (neste caso,  $9+8$ ) e, com base no mesmo, foi explorado a operação, com o apoio da professora/investigadora. Inicialmente, os alunos revelaram-se um pouco confusos por surgirem duas marcas, apesar de estas serem de cores diferentes, no mesmo quarto de quadrado. Nessa situação, foram, de novo, lembradas as regras enunciadas anteriormente. A seguinte interação ilustra a forma como a professora/investigadora conduz o desenvolvimento desta tarefa, incentivando à participação dos alunos:

P/I – Ok, então vão todos representar a operação nas calculadoras.

F – Ó J, então, mas podemos ter duas marcas de cores diferentes no mesmo quarto de quadrado?

P/I – Sim podes. Tens é que depois respeitar as regras que aprendeste para trás.

F – AH!!

P/I – Então eu vou fazer esta com vocês. Como é que eu represento o 9?

F – Uma marca laranja no quadrado verde e uma marca no quadrado branco.

P/I – E o oito?

F – Uma marca verde no quadrado verde.

P/I – Podemos começar?

F – Sim.

P/I – Então vamos ver. Vamos começar por juntar estas duas marcas,  $8 + 8$ ?

F – 16.

P/I – Podemos ter 16 unidades na placa das unidades?

F – Não!

P/I – Então quantas unidades é que nós vamos retirar desta placa?

F – 8.

P/I – Porquê 8?

F – Porque uma unidade não chega!

P/I – Então eu vou-vos ensinar um truque, que é mais fácil para vocês perceberem. Sempre que nós temos por exemplo 16, 12 na placa das unidades ... nós temos que retirar daqui sempre 10 unidades e passá-las para a placa seguinte, e ficam lá representadas apenas as unidades. Neste caso se tirámos às 16, 10 unidades, ficam na placa 6 unidades. Neste exemplo, nós temos  $16 + 1$ , que dá 17, eu vou retirar 10 unidades e ficam lá quantas?

ALUNOS - 7 unidades

P/I – E o que acontece às 10 unidades que tirámos?

ALUNOS – Passam para o quarto de quadrado branco da placa seguinte (dezenas).

P/I – Exatamente. Quem não percebeu o truque?

- (ninguém respondeu).

- Então quanto é que é  $9 + 8$ ?

S e A – 17.

(DB, aula áudio gravada, 17 de novembro, 2015)

Nas Figuras 34 e 35 podemos observar o início da tarefa e o resultado final da mesma. Podemos constatar, a partir da interação anteriormente citada, que os alunos conseguiram compreender as regras envolvidas quando se recorre às calculadoras *Papy* na realização de adições. Para além disso, compreenderam, também, que existem algumas estratégias de resolução diversificadas, que permitem obter o resultado pretendido.

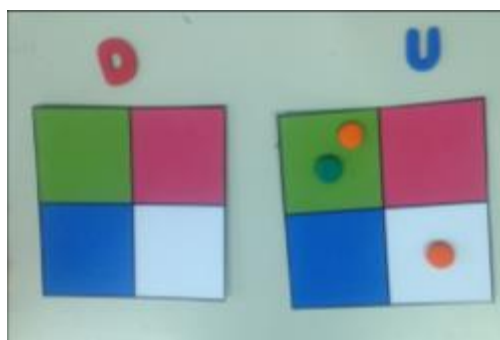


Figura 34 – Tarefa inicial.

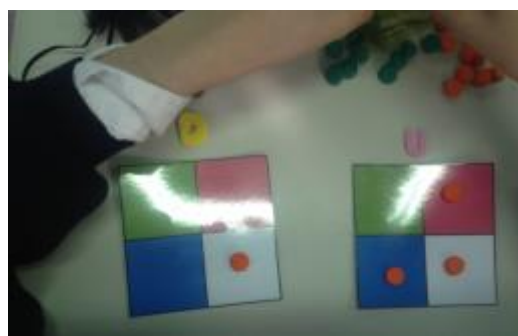


Figura 35 – Realização da tarefa.



No final desta tarefa, em que foi pedido que os alunos calculassem outras adições, foi entregue uma ficha informativa (ver Anexo 8) e uma proposta de trabalho (ver Anexo 9), à semelhança do que aconteceu na fase de exploração deste material manipulável. Na Figura 36, é possível observar três respostas de alunos à proposta de trabalho.

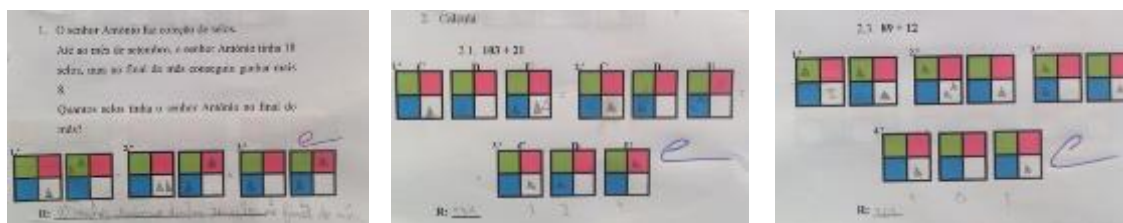


Figura 36 – Resposta de alguns alunos à Proposta de trabalho 2.

### 3.2.1.3. Multiplicação

Tal como foi feito anteriormente, começou-se por se realizar uma breve revisão do que já tinha sido trabalhado, nomeadamente, a adição.

Para iniciarmos a multiplicação, foi questionado aos alunos sobre o que estes entendiam por multiplicação. De uma forma geral, afirmaram que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais (DB, 23 novembro, 2015). Deste modo, começamos por clarificar como se calculava o dobro de um número.

Inicialmente, foi pedido que os alunos calculassem o dobro de dois, e assim foi explicado que, para se calcular o dobro de um número era necessário colocar uma segunda marca no número representado, isto é, se o objetivo do cálculo é determinar o dobro de dois, ao representar o dois (uma marca no quarto de quadrado azul), o pretendido é fazer com que os alunos coloquem uma outra marca no quarto de quadrado azul. Deste modo, provêm-se aos procedimentos habituais, isto é, como uma das regras refere que não é possível ter duas marcas num mesmo quarto de quadrado e, sabendo que duas marcas no quarto de quadrado azul é igual a ter uma marca no quarto de quadrado cor-de-rosa, atingimos o pretendido, ou seja, que o dobro de dois é igual a quatro unidades (ver Figura 37).

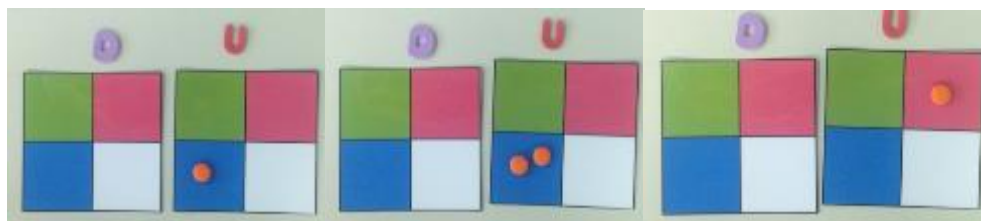


Figura 37 – Cálculo do dobro de 2.

Aquando solicitado o cálculo do dobro de nove, existiram alunos que chegaram ao resultado de formas distintas, como podemos observar na seguinte interação:

P/I – Muito bem! Vão limpar as placas e vão representar o dobro de 9!  
(alunos representam – duas marcas no quarto de quadrado verde e duas marcas no quarto de quadrado branco).  
F, Podes vir ao quadro!  
F – Não se pode ter duas marcas no 1 (quarto de quadrado branco), porque ter duas marcas no um é igual a ter uma no dois (quarto de quadrado azul).  
P/I – Ok!  
F – Também não se pode ter duas no oito (quarto de quadrado verde).  $8 + 8$  dá 16... Este é complicado!  
P/I – Lembra-te do truque. 16 é igual a ...  
F – AH...  $10 + 6$ . E assim tiramos 10 unidades, e passamos uma marca para o quarto de quadrado branco das dezenas e deixamos lá seis que é uma marca no quarto de quadrado azul e uma marca no quarto de quadrado cor-de-rosa.  
P/I – Certo. Podes continuar...ficamos com uma marca no quarto de quadrado branco das dezenas, uma no rosa das unidades e duas no azul das unidades.  
F – Ter duas marcas no azul é igual a ter uma no rosa.  
P/I – E depois?  
F – Ter duas no rosa é igual a ter uma no verde.  
P/I – Por isso, o dobro de 9 é igual a ...?  
ALUNOS – 18 unidades.  
A – Mas podíamos ter facilitado muito mais se quando tínhamos nas unidades duas marcas no verde e uma no azul, se transformássemos uma marca verde e uma marca azul em dez e passássemos para o branco das dezenas e ficava lá logo o oito. E assim ficava o 18 na mesma!  
P/I – Muito bem A!! Tínhamos duas maneiras de fazer este exercício!!  
(o aluno foi ao quadro explicar o seu raciocínio)  
A – Então do início... Um mais um é igual a dois, e tira-se estas duas marcas e põe-se uma no azul que é dois. E agora é o truque que ensinaste, vamos somar todas as marcas,  $8 + 8 + 2$ , é igual a 18, e 18 é igual a  $10 + 8$ , por isso vamos tirar a uma marca verde e uma marca azul das unidades, e passamos para uma branca das dezenas, e deixamos lá a marca verde que já estava e que valia 8. E assim também dá o 18, que é o dobro de 9.  
P/I – Muito bem A.

(DB, aula áudio gravada, 23 de novembro, 2015)

Como podemos constatar pela interação anterior, os alunos conseguiram colocar em ação os conhecimentos anteriormente apropriados, em relação ao como se deve operar com as calculadoras *Papy*. Para além disso, os alunos revelaram entusiasmo e persistência na tarefa, o que ilustra uma das finalidades dos materiais manipuláveis que está relacionado com o promover aprendizagens significativas para os alunos, permitindo o desenvolvimento de capacidades e competências.

De seguida, foi pedido que calculassem o produto de oito por sete. Como os alunos não sabiam realizar o cálculo nas calculadoras *Papy*, a professora/investigadora explicou que era necessário decompor o oito, isto é, oito é igual à multiplicação triplicada do dois ( $2 \times 2 \times 2$ ) e, deste modo, o primeiro passo realizado foi a representação do sete e o cálculo do dobro do mesmo (ver Figura 38). Quando atingiram o resultado - 14 - tiveram que calcular novamente o dobro do mesmo - 28 (ver Figura 39). Por fim, determinaram o dobro de 28 e assim chegaram ao resultado - 56 unidades (ver Figura 40).

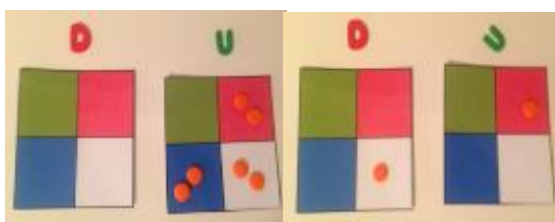


Figura 38 – Representação e resolução do dobro de 7.

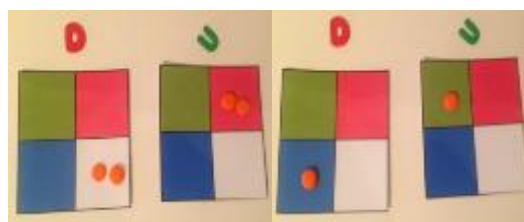


Figura 39 – Representação e resolução do dobro de 14.

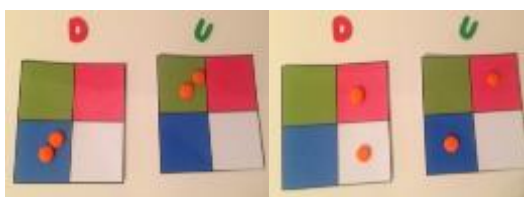


Figura 40 – Representação e resolução do dobro de 28.

No final desta tarefa, foi dado aos alunos uma ficha informativa (ver Anexo 10) e uma proposta de trabalho (ver Anexo 11), para que pudessem trabalhar a multiplicação, recorrendo a este material. Na Figura 41, encontram-se algumas resoluções dos alunos a essa proposta de trabalho.

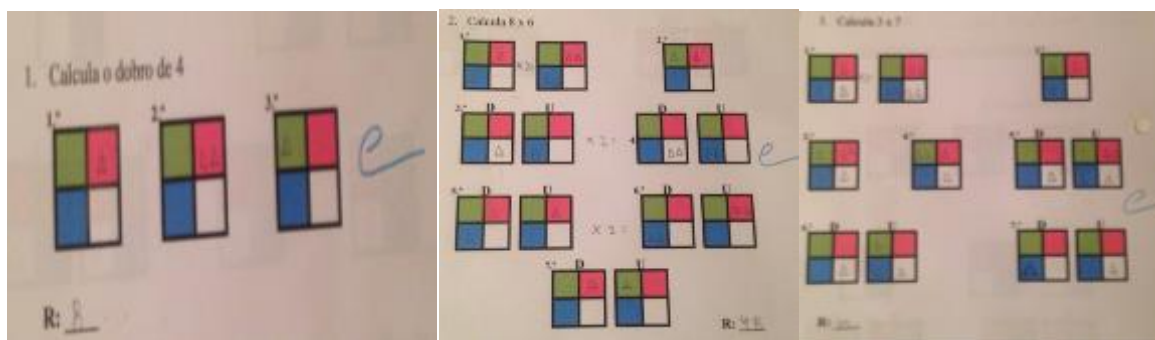


Figura 41 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 3.

### 3.2.1.4. Subtração

Na última sessão de trabalho destinada à utilização das calculadoras *Papy*, optámos por começar pela distribuição da ficha informativa (ver Anexo 12). Assim sendo, a cada aluno foi entregue a mesma e todos tiveram um momento de observação e reflexão, sobre a mesma. Esta forma de atuação tinha como finalidade fazer com que os alunos compreendessem a forma como se realizava a subtração, sem que a professora/investigadora o explicasse primeiramente, desenvolvendo outras capacidades e competências.

Deste modo, começámos a tarefa questionando sobre as semelhanças e diferenças entre a presente operação e as duas outras que tinham sido trabalhados anteriormente, realçando as regras presentes nesta operação (ver Anexo 12).

Para completar o que os alunos iam dizendo, a professora/investigadora ainda explicou que, para se subtrair, é necessário fazer uma contagem regressiva, isto é, começar no número de maior valor e realizar as devidas transformações para que seja possível chegar ao resultado. Assim sendo, foi solicitado que calculassem  $8 - 4$ . Na interação seguinte podemos observar a forma como foi conduzido esse processo.

P/I – Então vamos começar: com a marca verde eu quero que representem o 8 e com a marca laranja quero que representem o 4. Logo, que operação é este?

V –  $8 - 4$ .

P/I – Exato. Vamos começar por um fácil, para que vocês consigam perceber o que é preciso fazer. Então, como é que eu represento o 8?

MV – Uma marca verde no quarto de quadrado verde.

P/I – E o 4?

MV – Uma marca laranja no quarto de quadrado cor-de-rosa.

P/I – E como é que podemos decompor o 8?

R – Há duas maneiras... ou  $4 + 4$  ou  $4 \times 2$ !

P/I – Muito bem. Por isso, a marca verde que se encontra no quadrado verde (8), nós vamos transformá-la em duas marcas verdes no rosa ( $4 + 4$ ). Sim?

Temos de andar para trás e fazer o contrário daquilo que temos feito até agora. Assim sendo, ter duas marcas verdes no quadrado rosa equivale a ter ...?

ALUNOS – A ter uma marca no verde.

P/I – Então, deixamos de ter uma marca no verde e passamos a ter duas marcas no cor-de-rosa, e como a regra de ouro diz...?

A – Ah, que uma marca laranja anula uma marca verde. O que é que acontece quando nos aparece no mesmo quadrado duas marcas de cores diferentes? As duas marcas de cores diferentes anulam-se e saem.

C – J, não percebi.

P/E – Não percebeste? Então vamos repetir. O que é que a regra de ouro que estava na ficha formativa diz?

A – Que uma marca laranja anula uma marca verde.

P/I – Se uma marca anula a outra, ter as duas marcas no mesmo quarto de quadrado deixa de fazer sentido, porque vê, o que estamos a fazer é subtrair números iguais e a subtração de números iguais dá zero. O que nós temos nas calculadoras é igual a ter 4 menos 4 que é igual a 0, logo temos que retirar as marcas.

C – Ah, já percebi!

P/I – Ótimo, então aqui temos, 4 para 4 dá...?

ALUNOS – Zero.

P/I – E assim tiramos uma marca verde e uma marca laranja. E já lá estava uma marca no quadrado cor-de-rosa. Por isso fica?

R – Quatro.

P/I – Podemos dizer que  $8 - 4$  dá?

ALUNOS – 4 unidades.

(DB, aula áudio gravada, 13 de janeiro, 2016)

Mais uma vez, a partir da interação anterior, podemos constatar o envolvimento dos alunos na realização desta tarefa, evidenciado persistência na mesma. Para além disso, os alunos manifestam que apropriaram as regras de utilização deste tipo de material, colocando-as em ação numa nova situação problemática. Depois de os alunos terem resolvido mais algumas tarefas da mesma natureza que a anterior, foi-lhes pedido que fossem eles que sugerissem uma subtração a realizar pelos colegas. Na Figura 42 encontra-se um desses exemplos.

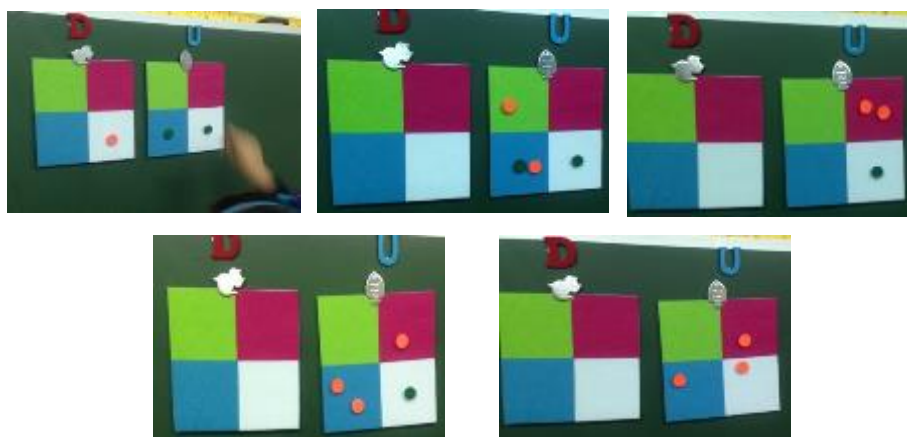


Figura 42 – Representação e resolução da subtração  $10 - 3$ .

De seguida, foi pedido que inventassem um problema que tivesse presente uma subtração, para que fosse resolvido por todos, recorrendo às calculadoras *Papy*. Nas Figuras 43 e 44 encontra-se a representação e o resultado da operação de um problema inventado pelo aluno B: “O João tem 540 flores e quer oferecer à mãe 131. Com quantas flores fica?” (DB, aula áudio gravada, 13 de janeiro, 2016). Desta forma, dar oportunidade aos alunos de inventarem, partilharem e resolverem problemas que incluíssem a subtração, permitimos que desenvolvam a criatividade, o sentido crítico, a argumentação, entre outras capacidades e competências.



Figura 43 – Representação da Subtração de  $540 - 131$ .

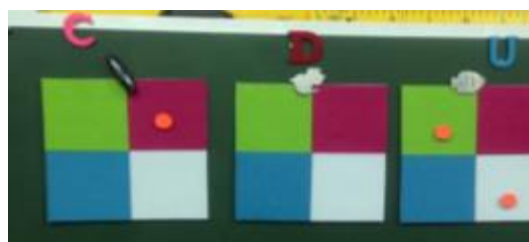


Figura 44 – Representação do resultado da subtração.

Para terminar, foi dado aos alunos uma proposta de trabalho (ver Anexo 13), para que pudessem avaliar se tinham ou não compreendido como se processava a subtração, recorrendo a este material. Na Figura 45 podemos observar algumas respostas dadas pelos alunos a essa proposta de trabalho.

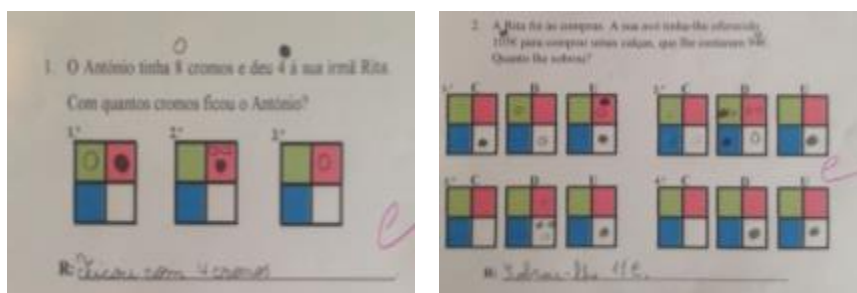


Figura 45 – Respostas de alguns alunos à Proposta de trabalho 4.

Como podemos observar, no desenvolvimento da presente atividade, as calculadoras *Papy* permitem desenvolver aprendizagens significativas para os alunos, na medida em que possibilita não só a apropriação de conhecimento matemático como também, o desenvolvimento de capacidades e competências, tais como o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Caldeira (2009b) afirma que para se manipular o presente material manipulável estruturado e para “orientar a aprendizagem das operações é necessário considerar, reconhecer, o significado das operações e diferentes situações concretas; reconhecer os algoritmos mais usuais e eficientes das operações, compreender tanto as propriedades das operações como as suas relações” (p. 347). Deste modo, ao recorrermos às calculadoras *Papy*, os alunos aprendem não só a comunicar, descobrir, decidir, selecionar, utilizar diferentes estratégias de resolução, como também permite, de uma forma mais lúdica, a apropriação de conhecimentos matemáticos, que por vezes, se tornam mais complexos para os alunos.

### 3.2.2. Atividade – *Vamos organizar? (Tratamento e Análise de dados)*

A última atividade realizada no 1.º ciclo do ensino básico esteve relacionada com o tratamento e análise de dados, isto é, a partir de vivências e temas relacionados com os próprios alunos, os mesmos tiveram que recolher, tratar e analisar diversos dados, através da construção de diversos gráficos, com materiais não estruturados. Como tal, a professora/investigadora decidiu dividir a presente atividade em diversas sessões de trabalho, para que os conteúdos fossem trabalhados de forma mais coesa. Considerou-se, então, necessário dividir a turma em quatro grupos de trabalho, em que cada um era constituído por quatro alunos.

A primeira sessão de trabalho foi direccionada apenas para a recolha e tratamento de dados. A cada grupo foi entregue uma proposta de trabalho, denominada de ficha de Recolha de Dados (ver Anexo 14), onde a mesma tinha 16 tabelas identificadas com o nome dos alunos. Cada tabela encontrava-se dividida por duas colunas, sendo que na primeira estava presente a coluna das categorias, onde se indicavam os assuntos a tratar no decorrer da presente atividade, e a segunda coluna representava os dados individuais dos alunos, onde os mesmos tinham de registar os seus dados.

A Tabela 1 apresenta as categorias/assuntos a tratar vinculando-os aos diferentes gráficos a concretizar

Tabela 1 - Categorias/assuntos a tratar associados aos gráficos.

<b>Categoria</b>	<b>Tipo de gráfico</b>
Número de horas de estudo no fim-de-semana	Gráfico de barras
Atividade extracurricular preferida	Gráfico de pontos
Cor preferida	Gráfico circular
Mês do aniversário	Pictograma
Idade do pai e da mãe	Gráfico Caule-e-folhas

Assim sendo, cada elemento do grupo teve oportunidade de registar os seus dados na proposta e, logo que todos os grupos terminaram, trocaram-nas entre eles, para que, no final da recolha, todos os grupos tivessem o registo dos dados de todos os 16 elementos da turma.

Terminada a recolha, foi entregue aos grupos uma outra proposta, o Tratamento de Dados (ver Anexo 15). Nesta fase, os alunos tiveram de determinar qual a solução mais fiável e perceptível para que os mesmos, numa fase seguinte, a da construção dos



gráficos, conseguissem não só compreender os dados gerais de cada categoria, como também ter uma visão abrangente dos mesmos, e assim sendo os alunos decidiram tratar dos dados através de tabelas de dupla entrada (ver Figura 46). As tabelas executadas pelos alunos tiveram a mesma estrutura que a tabela entregue na proposta de Recolha de dados, ou seja, uma tabela de dupla entrada, sendo que na primeira coluna encontravam-se as categorias e a segunda representava a frequência absoluta, isto é, o registo do total de elementos da amostra que pertence à categoria a estudar.

Figura 46 – Tratamento de dados em Tabelas.

Dado por terminado a recolha e tratamento de dados, foi debatido quais as formas que poderíamos expor o tratamento, para além de tabelas, pois as mesmas já tinham sido referenciadas. Aqui, os alunos deram exemplos de diversos gráficos e diagramas e todos eles foram apontados no quadro (ver Figura 47).



Figura 47 – Tipos de organização e tratamento de dados.

Através das respostas dos alunos, explicámos que, a partir dos dados que os mesmos tinham acabado de tratar, iríamos realizar um tipo de gráfico para cada categoria e que a construção de cada um iria ser executada, através de diversos tipos de materiais não estruturados.

- **Gráfico de Barras**

Sendo o *gráfico de barras*, uma das representações gráficas mais utilizadas e o que tem uma percepção mais rápida, este foi o gráfico selecionado para a categoria “Número de horas de estudo no fim-de-semana”.

A cada grupo foi entregue uma estrutura esquiçada em *K-line* já com os eixos assinalados, bem como os títulos, não só da categoria a ser tratada, mas também dos dois eixos e peças de lego (ver Figura 48).



Figura 48 – Estrutura do gráfico de barras.

O primeiro passo a cumprir, depois da entrega do material, foi intitular o gráfico e os seus eixos e, de seguida, foi explicado que cada peça de lego representava um aluno. Deste modo, e a partir da informação recolhida e tratada anteriormente, os alunos tiveram de construir o gráfico, associando o número de horas estudadas durante o fim-de-semana ao número de alunos. Na Figura 49, podemos observar os gráficos de barra realizados por cada grupo.



Figura 49 – Representação dos gráficos de barras dos quatro grupos.

Finalizado a concretização dos gráficos, foi entregue outra proposta de trabalho, a Análise de Dados (ver Anexo 16). Nesta fase, os alunos tiveram que registar toda a informação que poderiam retirar e analisar a partir do gráfico. Assim sendo, a análise (ver

Figura 50) teve como pontos principais: a moda – (2); o máximo – (7); o mínimo – (1); a amplitude – ( $7 - 1 = 6$ ); entre outras possíveis respostas.

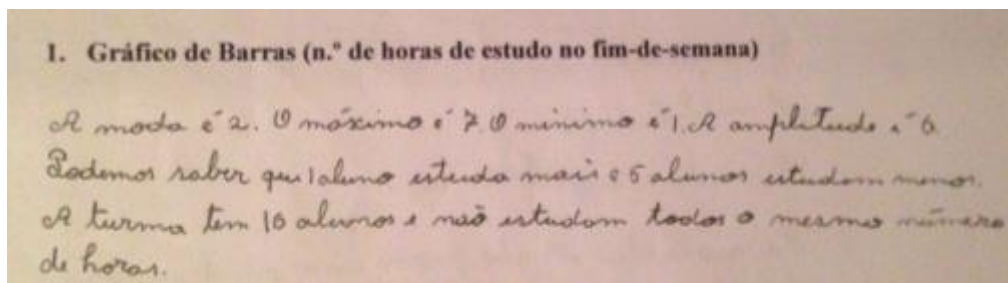


Figura 50 – Análise dos dados recolhidos no gráfico de barras

- **Gráfico de Pontos**

O *gráfico de pontos* é considerado a representação mais simples de construção gráfica, pois para o reproduzir basta desenhar os dois eixos:

- Horizontal - onde se assinalam as diferentes categorias em estudo e por cima de cada modalidade representa-se com um ponto, associando-o ao eixo vertical (amostra).
- Vertical – onde se coloca, neste caso, o número de alunos associado à categoria estudada, a amostra.

A categoria associada a este gráfico foi “Atividade extracurricular preferida” e deste modo, a cada grupo foi entregue uma cartolina branca, uma folha com imagens das atividades escolhidas pelos alunos e círculos feitos em feltro para representar os “pontos”.

Após o recorte das imagens, os alunos desenharam, na cartolina, os dois eixos que compõem o gráfico, identificando-o eixo horizontal – atividades extracurriculares e o eixo vertical – número de alunos.

Com a informação reunida e tratada anteriormente, os grupos construíram o gráfico, coligando um ponto ao número de alunos que participavam na devida atividade extracurricular. Na Figura 51, podemos observar os gráficos elaborados pelos quatro grupos.

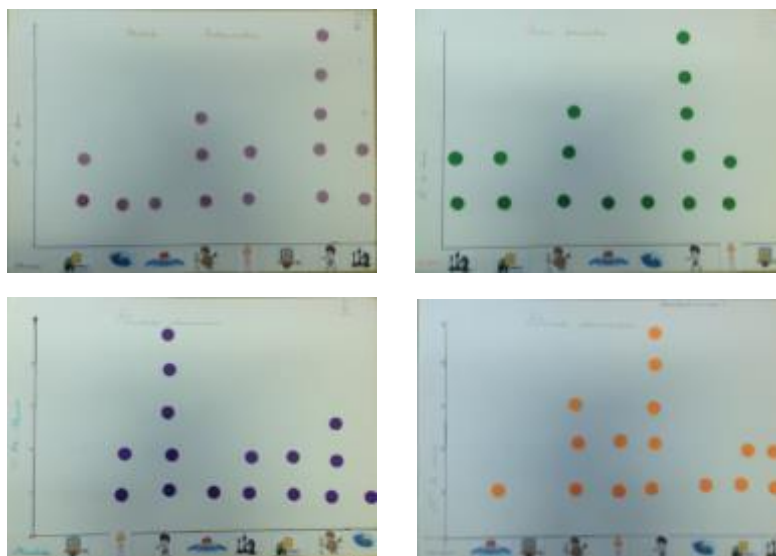


Figura 51 – Representação dos gráficos de pontos dos quatro grupos.

De seguida, os alunos tiveram de analisar os gráficos elaborados, registando as suas conclusões. A análise (ver Figura 52) usufruiu dos seguintes pontos principais: a moda – (5 - Karatê); o máximo – (5 - Karatê); o mínimo – (1 - Bodyboard); a amplitude –  $(5 - 1 = 4)$ .

**2. Gráfico de Pontos (Atividade extracurricular)**

Concluímos que a moda é 5, o máximo é 5, o mínimo é 1, a amplitude é 4. Também podemos concluir que a turma tem 10 anos e que não gostam todos da mesma atividade. O desporto mais praticado é o karatê e o menos praticado é o bodyboard e natação.

Figura 52 – Análise dos dados recolhidos no gráfico de pontos.

- **Gráfico Circular**

No *gráfico circular*, tal como o nome sugere, a sua representação é um círculo, dividido em diversos setores circulares, dependendo das categorias consideradas. O ângulo de cada setor circular é proporcional à frequência observada.

A categoria agregada a este gráfico foi “Cor preferida” e, assim sendo, a cada grupo foi entregue uma estrutura de um gráfico circular (círculo) em *K-line*, aguarelas, pincéis, algarismos móveis e uma cartolina branca.

Como os alunos não tinham conhecimentos suficientes para a realização dos cálculos, isto é, não sabiam calcular percentagens, esta foi a tarefa mais trabalhada de todas, dentro da presente atividade. Deste modo, a primeira parte da tarefa foi destinada à explicação de percentagem e para isso foi realizada uma nova tabela em que as suas colunas encontravam-se divididas em: frequência absoluta, frequência relativa e a devida percentagem. Assim sendo, foi esclarecido que o total de alunos (16 alunos) estava associado aos 100% da amostra e que para se calcular a percentagem de alunos que tinham como cor preferida, por exemplo, o azul, o cálculo a realizar era o seguinte:

Cor Azul:

$$\frac{5}{16} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{(100 \times 5)}{16} \Leftrightarrow x \approx 31\%$$

Assim sendo, a frequência absoluta era igual a cinco, pois o número de alunos que tinha o azul como cor preferida eram cinco; já para a frequência relativa o resultado obtido foi  $\frac{5}{16}$ , já que em dezasseis alunos apenas cinco escolheram a cor azul. Calculando a percentagem, com o cálculo anteriormente apresentado, a mesma era, aproximadamente, 31%.

Explicado o primeiro exemplo, os alunos calcularam as percentagens para todas as cores escolhidas, preenchendo a tabela que inicialmente foi efetuada (ver Figura 53).

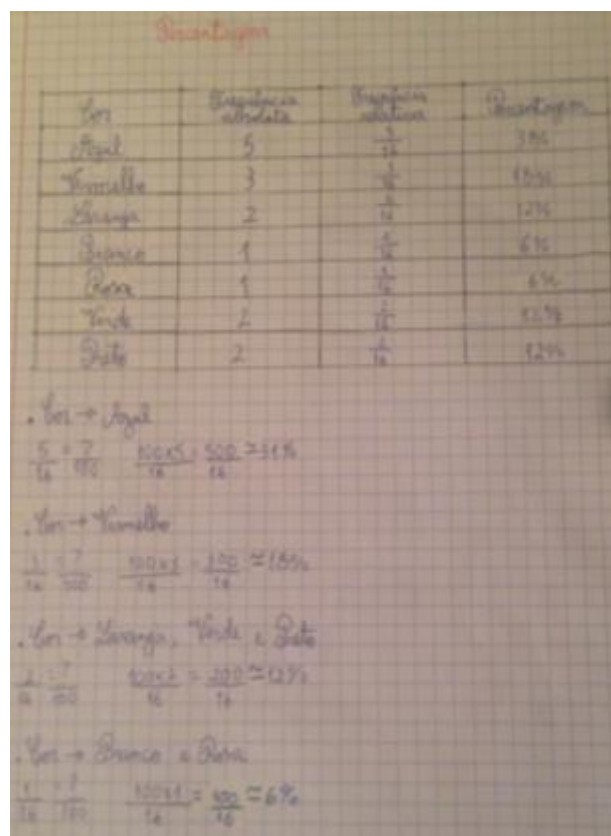


Figura 53 – Tabela e cálculos associados às percentagens.

Após os cálculos efetuados, os alunos traçaram os sectores, tendo em conta as percentagens obtidas, identificando-os com as aguarelas. Os alunos pintaram cada setor associando a cor à percentagem obtida. No final, com os algarismos móveis, os alunos colaram os mesmos, tendo em conta os algarismos necessários para representar a percentagem (ver Figura 54), terminando-o então por colar o gráfico a uma cartolina e esboçando a legenda do mesmo (ver Figura 55).



Figura 54 – Estrutura circular do gráfico.

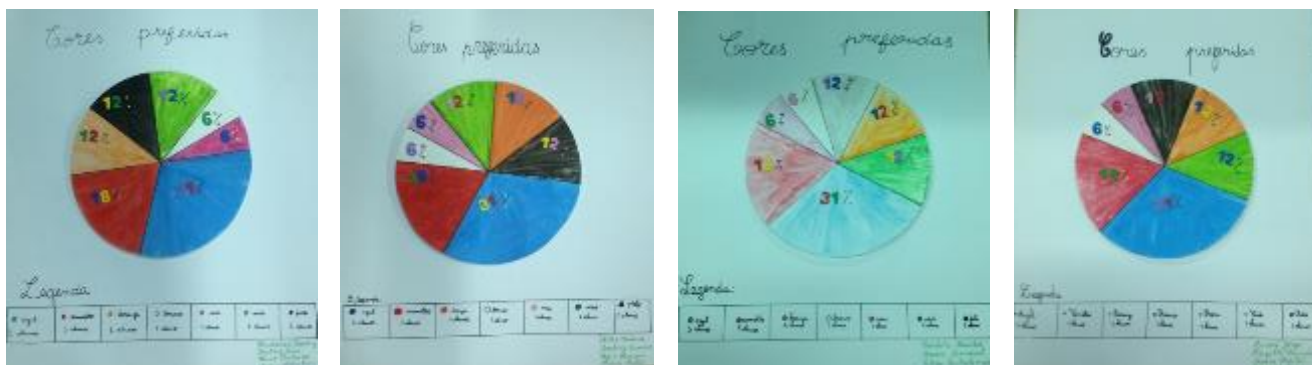


Figura 55 – Representação dos gráficos circulares dos quatro grupos.

Terminado a construção do gráfico e não sendo exceção, cada grupo teve a oportunidade de registrar na sua proposta de trabalho de Análise de dados (ver Figura 56), toda a informação e análise feita do gráfico circular. Deste modo, os principais pontos focados foram: a moda – (dois alunos – cor: vermelho, verde e preto); o máximo (cinco alunos – cor: azul); o mínimo (1 – cor: branco e cor-de-rosa); a amplitude ( $5 - 1 = 4$ ); que a cor com maior escolha é o azul com aproximadamente 31% e que a cor com menor escolha é o branco e o cor-de-rosa, cada um com aproximadamente 6%.

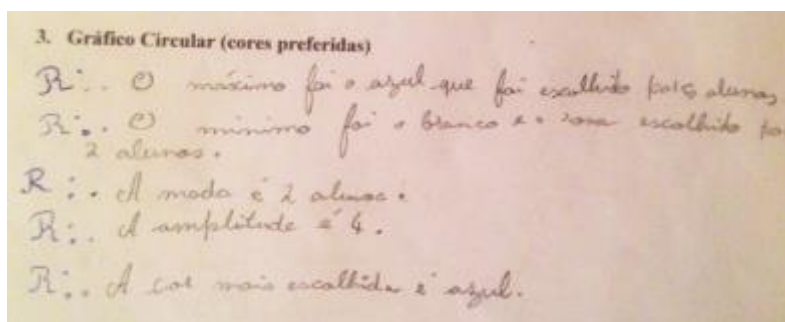


Figura 56 – Análise dos dados recolhidos no gráfico circular

### • Pictograma

O *pictograma* é a representação gráfica mais cativante para os alunos, porque a unidade observacional é representada através de figuras ilustrativas.

A sua construção procede-se tal e qual como o gráfico de pontos, isto é, a construção dos eixos (horizontais e verticais), mas em vez de “pontos”, empilham-se as figuras ilustrativas, anteriormente referidas, até se obter a frequência absoluta precisa.



A categoria aliada a este gráfico foi “Mês do aniversário” e para a construção do mesmo, a cada grupo foi entregue uma cartolina colorida, 16 imagens de bolos de aniversário, pois este era a unidade observacional, cola e canetas de filtro. Assim, a primeira fase foi a de traçar os eixos do gráfico, sendo que o eixo horizontal representava os doze meses do ano e o vertical o número de alunos.

De seguida, os grupos construíram o gráfico, associando uma figura observacional (o bolo de aniversário) ao número de alunos que fazia anos em cada mês. Por opção dos alunos, os mesmos entenderam que o pictograma ficaria mais apelativo se em cima de cada figura, ou seja, do bolo de aniversário, escrevessem o nome de cada aluno que fazia anos em cada mês. Na Figura 57, é possível observar os quatro pictogramas.

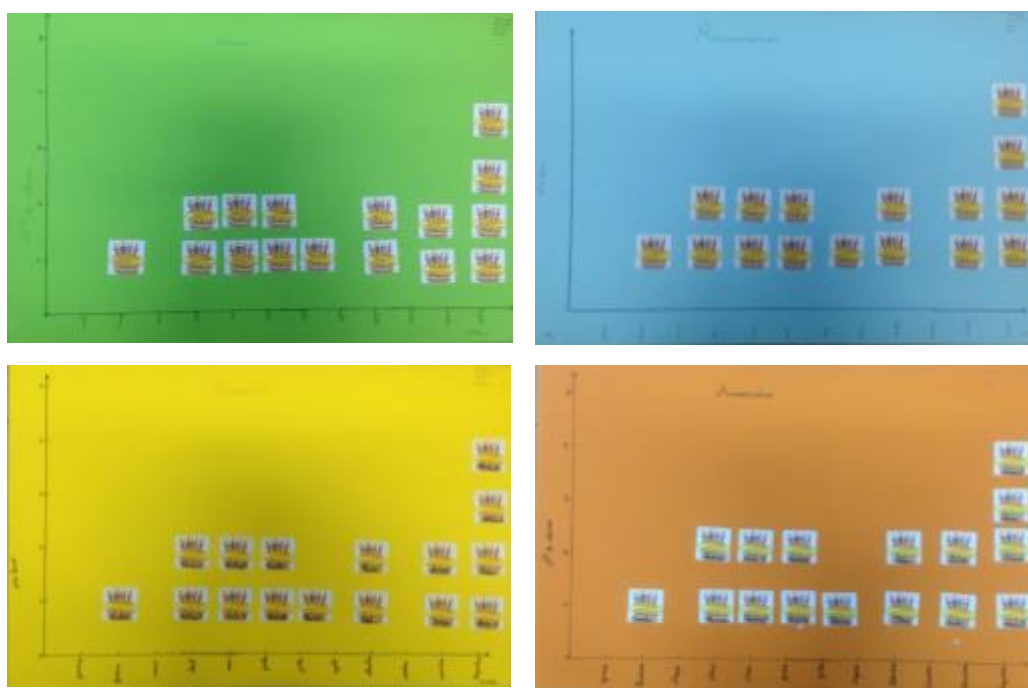


Figura 57 – Representação dos pictogramas dos quatro grupos.

Finalizado a construção dos pictogramas, os alunos voltaram a preencher a proposta de trabalho relacionada com a Análise de Dados (ver Figura 58), tendo em conta toda a informação recolhida e tratada na execução do próprio pictograma. A análise teve como principais pontos: a moda – (4); o máximo – (4 – mês: dezembro); o mínimo – (1 – mês: fevereiro); a amplitude – ( $4 - 1 = 3$ ); entre outras possíveis respostas.



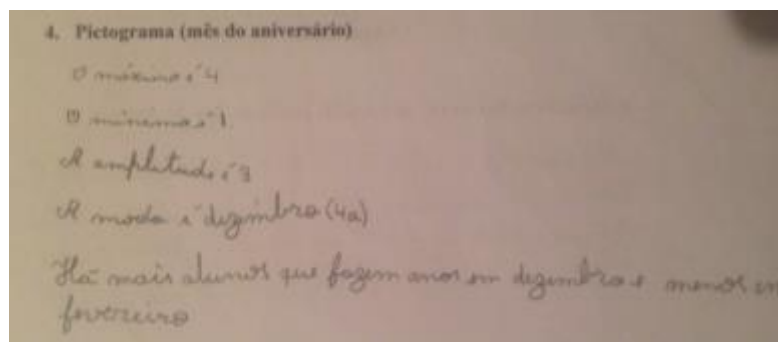


Figura 58– Análise dos dados recolhidos no pictograma.

- **Gráfico caule-e-folhas**

O *gráfico caule-e-folhas* é um tipo de gráfico em que a sua representação encontra-se compreendida entre a tabela e o gráfico. É através dos números que compõem a amostra, que se constrói este tipo de gráfico. A sua representação é composta por duas partes: o “caule” e a “folha” que se encontram desagregados por um eixo vertical. Tal como Martins, Loura e Mendes (2007) explicam:

Os dígitos dominantes constituem os caules. Para cada valor da amostra toma-se o dígito que se segue imediatamente ao(s) dígito(s) dominante(s) e coloca-se do lado direito do eixo, em frente ao respetivo caule. Colocam-se assim as folhas. Após colocadas todas as folhas, é usual ordená-las por ordem crescente, dentro de cada caule. Se os dados são constituídos por dois dígitos, então é natural escolher o algarismo das dezenas para caule e o das unidades para folha. (p. 61)

Este tipo de gráfico, para além de ser bastante simples de se conceber, oferece também uma informação visual sobre como os dados estão apresentados e permite ainda ordenar a amostra rapidamente. A categoria ligada a este gráfico foi “Idade do pai e da mãe” e para a concretização do mesmo, a cada grupo foi entregue duas cartolinas brancas, dois retângulos pretos feitos em cartolina, para representar o eixo vertical, e algarismos móveis.

Visto que, ao juntar as idades dos pais com as das mães, iria dar alguma desordem visual dos gráficos, decidimos então, realizar dois gráficos: um relacionado com as idades dos pais e outro com as idades das mães.

Deste modo, o primeiro passo foi através da tabela de tratamento de dados, organizar os algarismos, tendo em conta as idades. Após organização, o segundo passo

praticado foi a simulação do *gráfico caule-e-folhas da idade dos pais*, isto com o propósito de verificar, antes dos algarismos serem colados nas cartolinas, se estava tudo correto. Assim que a professora/ investigadora certificou que os dados estavam adequados, os alunos colaram os algarismos nas respectivas posições, como podemos observar na Figura 59.

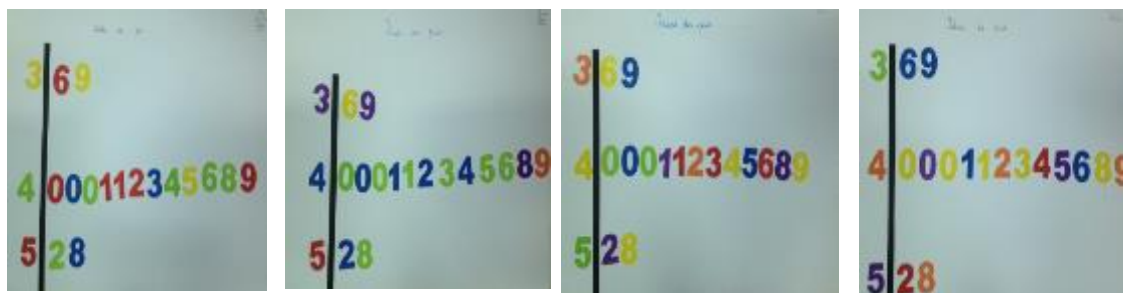


Figura 59 – Representação dos gráficos caule-e-folhas da idade dos pais dos alunos.

Para a construção dos gráficos caule-e-folhas relativos às idades da mãe, procedeu-se de igual forma, tendo obtido os que estão representados na Figura 60.



Figura 60 – Representação dos gráficos caule-e-folhas da idade das mães dos alunos.

Terminado a execução dos gráficos caule-e-folhas, cada grupo teve o cuidado de registrar na sua proposta de trabalho da Análise de dados, toda a informação retirada e analisada a partir dos gráficos construídos (ver Figura 61). Assim sendo, os pontos primordiais estudados e analisados do gráfico relacionado com a idade dos pais foram: a moda – (40); o máximo – (58); o mínimo – (36); a amplitude –  $(58 - 36 = 22)$ .

Relativamente à análise do gráfico ligado às idades das mães, os pontos fundamentais foram: a moda – (49); o máximo – (49); o mínimo – (33); a amplitude –  $(49 - 33 = 16)$ .

5. Caule e folhas (idade da mãe e do pai)	
Pai	Mãe
R.: O máximo é 58.	R.: O máximo é 43.
R.: O mínimo é 36.	R.: O mínimo é 33.
R.: A amplitude é $(58 - 36) = 22$ .	R.: A amplitude é $(43 - 33) = 10$ .
R.: A moda é 40.	R.: Há 16 mães. R.: A moda é 49.
Existem 32 pais e mães.	

Figura 61 – Análise dos dados recolhidos no gráfico caule-e-folhas.

Nos dias que decorrem, os alunos sentem necessidade em participar em atividades e tarefas que sejam totalmente diversificadas e motivadoras. Nesta atividade, observámos que, a partir de categorias/assuntos e vivências do próprio dia-a-dia dos alunos, foi possível trabalhar e desenvolver diversas tarefas, abordando sempre o mesmo tema: tratamento e organização de dados, desenvolvendo aprendizagens significativas. Foi evidente que, a partir do material não estruturado, como por exemplo, estruturas de *K-line*, lego, imagens apelativas, círculos em feltro, cartolinas, aguarelas e algarismos móveis, sendo estes considerados como materiais não estruturados, pois não têm um fim matemático, as aprendizagens tornaram-se bastante aprazíveis, fazendo com que os alunos fossem capazes de desenvolver capacidades e competências, mais precisamente, a comunicação (matemática) e o raciocínio (matemático).



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### **Contributos da investigação para o avanço do conhecimento**

A realização do presente relatório de investigação tinha como destaque, dar a conhecer ao leitor, de que forma é que ao confrontar as crianças/alunos com atividades matemáticas, tendo como ferramenta principal a utilização de materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados), as mesmas promovem o desenvolvimento do raciocínio (matemático) e da comunicação (matemática). Deste modo, durante este trabalho foi posta em prática uma postura de reflexão, não só sobre a prática como também sobre o percurso de ensino e aprendizagem concretizado.

A promoção de experiências de aprendizagens motivadoras e que sejam de carácter enriquecedor, no que diz respeito ao processo de ensino e de aprendizagem, fazem com que as crianças e alunos apresentem o melhor de cada um, demonstrando os seus interesses, características, necessidades e dificuldades. Tendo em conta o desenvolvimento do processo em si clarificado, compreendemos que existem componentes cruciais, tais como a diversidade de materiais manipuláveis e estratégias diversificadas, que promovam o sucesso das intervenções.

Refletindo sobre o trabalho desenvolvido, especialmente na área da matemática, tendo sempre presente a interdisciplinaridade, foi observável que o trabalho desenvolvido com os dois grupos de participantes e as suas contribuições permitiu que esses progredissem, em termos de conhecimentos, mas também, em termos de atitude positiva face à própria matemática.

Em relação aos resultados obtidos, compreendemos que o processo de ensino e de aprendizagem torna-se mais significativo quando as crianças e alunos tendem a correlacionar a própria aprendizagem com a sua funcionalidade, alcançando os seus conhecimentos e ligando-os a situações não só de sala de aula como também do quotidiano, estabelecendo conexões entre os saberes. Neste sentido, a utilização dos materiais manipuláveis, tanto estruturados como não estruturados, possibilitam a promoção desta transversalidade. Para além disso, assumem-se como uma ferramenta facilitadora da aprendizagem, desenvolvendo capacidades e competências fundamentais para o desenvolvimento não só a nível intelectual/cognitivo, como pessoal (afetivas e sociais) da criança e aluno, sendo elas como, por exemplo, o raciocínio lógico, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, a colaboração, a entajuda, a

autonomia, entre outras. Também os materiais manipuláveis são relevantes na aprendizagem das crianças e alunos, pois através da manipulação, experimentação, da tentativa-erro, permite que os mesmos, através dos seus conhecimentos, tenham uma perceção do seu trabalho, refletindo sobre o mesmo, compreendendo, através do seu empenho, que as suas aprendizagens se tornam, consideravelmente, mais consistentes.

Posto isto e, tendo em conta as intervenções realizadas durante a prática pedagógica supervisionada, foi possível observar que, ao utilizar materiais manipuláveis, o educador/professor deve diversificar as estratégias em sala de aula, ter em conta o ritmo de cada criança e aluno e deve motivar e incentivar as crianças e alunos à participação nas atividades matemáticas. Tendo em conta o que foi abordado, é possível referenciar que utilização dos materiais faz com que o processo de ensino e de aprendizagem se torne mais motivador, atrativo, enriquecedor, criativo, lúdico e beneficiador, não só para os alunos como também para o educador/professor.

Deste modo e concluindo, durante toda a prática desenvolvida, tanto no pré-escolar como no 1.º ciclo do ensino básico, as crianças e alunos progrediram significativamente as suas aprendizagens matemáticas, quando as mesmas manusearam diversos materiais estruturados e não estruturados, conseguindo atingir, concluir e dar sentido às tarefas a que foram propostos. Esta progressão que desenvolveram foi perceptível nos resultados, apesar que, em contexto de sala de aula, tenha sido mais visível. Assim sendo, conseguimos concluir que a manipulação destes materiais permitiu que os as crianças e alunos formassem uma ligação fortalecida com a área de aprendizagem ligada à matemática, pois a mesma foi sempre incrementada com o objetivo de tornar a matemática mais interessante, motivadora e lúdica.

### **Desenvolvimento profissional e pessoal**

É primordial efetuar uma análise da prática desenvolvida para que, a partir da mesma, seja possível fazer uma reflexão para futuros melhoramentos tanto a nível profissional como pessoal.

Partindo das perspetivas educacionais e de todo o percurso instruído ao longo do tempo da prática pedagógica supervisionada, posso referir que no geral cumpri todos requisitos predefinidos, tendo em conta a minha inclusão com os grupos de participantes e os princípios orientadores da instituição. Dia após dia tentei criar, permanentemente, um ambiente fomentador e motivador para que o mesmo fosse impulsionador da

valorização das crianças e alunos, tanto individualmente ou em grupo, como cognitivo ou pessoal/afetivo/social.

A partir da diversidade de atividades e da utilização de materiais manipuláveis que as crianças e alunos tiveram oportunidade de explorar, manipular e realizar aprendizagens significativas, tentei sempre refletir sobre toda essa prática, tentando, desta forma, melhorar sempre aspetos menos conseguidos.

Para além do que já mencionado, durante a prática, tentei realizar uma ligação entre todas as áreas de intervenção e de aprendizagem, mas sendo a área de matemática a área prioritária, esta foi a mais desenvolvida, em ambas as valências. Mesmo assim, é importante referir que, sendo a matemática a área mais desenvolvida, houve sempre uma ligação entre todas as outras áreas no desenvolvimento das atividades, até porque, habitualmente para se desenvolver uma área de intervenção deve-se abranger as outras, seja implícita ou explicitamente.

Considero, também, que durante este percurso houve um grande esforço acrescido, com o objetivo de proporcionar aos grupos de participantes momentos de aprendizagem inesquecíveis, desenvolvendo assim atividades inovadoras, interativas, apelativas e realistas, fazendo com que as próprias crianças e alunos fossem capazes de refletir sobre o próprio processo de aprendizagem. Para isto foi necessário, numa fase inicial, ter conhecimento do grupo em geral e de cada criança e aluno, passando assim por um período de observação e só depois e tendo em conta os interesses e necessidades de cada um, isto é uma avaliação primordial, dar início às intervenções.

Deste modo, é possível referir que face às relações criadas entre todos os participantes desta investigação, adotei uma postura considerada bastante positiva. Como futura educadora/professora, houve a consciência de que existem formas de ensinar e de trabalhar com as crianças e alunos que pretendo continuar a realizar de forma proporcionar momentos agradáveis e facilitadores de aprendizagem cognitiva e pessoal às crianças e alunos.

Em suma, penso que tudo o que foi observado e realizado durante este ano e meio de estágio, foi uma mais-valia para que, futuramente, me torne numa educadora/professora coerente e profissional. Acima de tudo, que me torne na educadora/professora que as crianças e alunos nunca se esqueçam que foram com ela que cresceram e aprenderam. Para isso é necessário sermos pessoas felizes, concretizadas e motivadas, pois se estes fatores estiverem integrados não só no contexto pessoal, como também escolar, o nosso caminho irá ser realizado de forma construtiva.

## **Trajetórias futuras**

O presente relatório permitiu que conseguisse desenvolver diversas competências e capacidades que, vistas a longo prazo, serão importantes no meu desenvolvimento profissional e pessoal, isto é, tudo o que foi apropriado ao longo deste período foi uma mais-valia e com a construção de mais conhecimento irá permitir que os resultados, em vivências futuras, se tornem melhores. É necessário ter consciência de que a aprendizagem é um processo que está em constante evolução e que há sempre uma procura de melhores estratégias e condições, por parte dos educadores/professores, fazendo deste modo com que os mesmos queiram sempre instruir-se mais e melhor, transmitindo aos seus discentes valores, atitudes, habilidades, capacidades e competências de forma adequada.

Com a realização deste trabalho, pude constatar que, futuramente, tenho de acreditar mais nas minhas capacidades e que se não começar por mim, mais complicado irá ser de chegar ao próximo e que é necessário batalhar argamente para obtermos os resultados que queremos alcançar. Por estas e muitas outras razões, sinto-me uma pessoa realizada com a execução do presente relatório, visando uma vida profissional promissora.

Relativamente às perspetivas do curso em si e da vida profissional que se aproxima, considero, como já referi, que sejam positivas, pois tendo feito um percurso em duas instituições com métodos dissemelhantes, em que hoje em dia considero bastante positivo, ajudou que dos dois recolhesse e aproveitasse o que é de mais positivo em ambas as instituições, tornando-me numa pessoa mais versátil.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério de Educação (ME)/ Departamento da Educação Básica (DEB).
- Aires, L. (2011). *Paradigma qualitativo e práticas de investigação educacional*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Almeida, P. (2004). *Manual de desenvolvimento curricular para a educação de infância*. Lisboa: Texto Editora.
- Alsina, À. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos*. Porto: Porto Editora.
- Bell, J. (1997). *Como realizar um projeto educativo*. Lisboa: Gradiva.
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM). [Tese de doutoramento apresentada na Universidade de Lisboa]
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico*. Lisboa: ME.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos* (M. J. Alvarez, S. dos Santos, & T. Baptista, Trans.). Porto: Porto Editora.
- Botas, D. (2008). *A utilização dos materiais didáticos nas aulas de matemática: Um estudo no 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de matemática: Um estudo no 1.º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 253-286.
- Caldeira, M. F. (2009a). *A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática* (Tese de doutoramento, documento policopiado). Departamento de Didática da Língua e da Literatura da Facultad de Ciências de Educación da Universidade de Málaga, Málaga.
- Caldeira, F. (2009b). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Lisboa: Escola Superior de Educação João de Deus.

- César, M. (2009). Listening to different voices: Collaborative work in multicultural maths classes. In M. César, & K. Kumpulainen (Eds.), *Social interactions in multicultural settings* (pp. 203-233). Rotterdam: Sense Publishers.
- Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R., & Silva, L. (2010). *Alicerces da matemática: Guia prático para professores e educadores*. Porto: Areal Editores.
- Denzin, N. K. (2002). The interpretative process. In A. Haberman, & M. Miles (Eds.), *The qualitative researchers companion* (pp. 349-366). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Duarte, M. (2015). *O dia-a-dia da matemática: A importância dos materiais manipuláveis em sala de aula* (Trabalho final de mestrado, documento fotocopiado). Instituto Superior de Educação e Ciências, Lisboa.
- Flores, J. (1994). *Análisis de datos cualitativos: Aplicaciones a la investigación educativa*. Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias, S.A.
- Lionni, L. (2013). *Frederico*. Lisboa: Kalandraka .
- Machado, R. (2008). *Brócolos e matemática: Representações sociais da matemática de alunos do 8.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM. [Dissertação de mestrado, apresentada no DEFCUL]
- Machado, R. (2014). *Trabalho colaborativo e matemática: Um estudo de caso sobre o instrumento de avaliação de capacidades e competências do projecto Interação e Conhecimento*. Lisboa: APM. [Tese de doutoramento, apresentada na FCTUNL]
- Machado, R., & César, M. (2012). *Trabalho colaborativo e representações sociais: Contributos para a promoção de sucesso escolar em matemática. Interações*, 8(20), 98-140. [On-line: <http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/issue/archive>]
- Martins, M. G., Loura, L. C., & Mendes, M. (2009). *Análise de dados: Texto de apoio para os professores do 1.º ciclo*. Lisboa: ME.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Rand Falmer.
- Matos, J., & Serrazina, L. (1996). *Didática da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- ME (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: ME.
- ME (1997). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: ME.
- Ministério da Educação e Ciência (MEC) (2010). *Metas de aprendizagem para educação pré-escolar*. Lisboa: MEC.
- MEC (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: MEC.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar* (M. Melo, Trad.). Lisboa: APM.
- Pacheco, J. (2011). Currículo, aprendizagem e avaliação: *Uma abordagem face à agenda globalizada*. *Revista Lusófona de Educação*, 17, 75-90.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. Newbury Park, Ca: Sage Publication.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J., & Martinho, M. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. In *Atas do V CIBEM*. Porto (pp. 1-4). Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Roldão, M. (1999). *Gestão curricular: Fundamentos e práticas*. Lisboa: ME/DEB.
- Semana, S., & Santos, L. (2010). A avaliação e o raciocínio matemático. *Educação e Matemática*, 100, 51-60.
- Serrazina, L. (2002). *A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1.º ciclo do ensino básico*. Porto: Porto Editora.
- Serrazina, L., Vale, I., Fonseca, H., & Pimentel, T. (2002). *Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores*. Recuperado em dezembro, 2015, de [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2002/2002\\_04\\_LSerrazina.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_04_LSerrazina.pdf)
- Serrazina, M. (1991). Aprendizagem da matemática: A importância da utilização de materiais, *Noesis*, 21, 37-39.
- Smole, K. (2000). *A matemática na educação infantil*. Porto Alegre: Artmed.
- Sousa, A. B. (2009). *Investigação em educação* (2.ª ed.). Lisboa: Livros Horizonte.
- Spodek, B. (2002). *Manual de investigação em educação de infância*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Tuckman, B. W. (2000). *Manual de investigação em educação* (4.ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Turrioni, A. (2004). *O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro (SP).
- Vale, I. (1999). *Materiais manipuláveis na sala de aula: O que se diz, o que se faz*. In APM (Eds), *Actas do ProfMat 99* (pp. 1-19). Lisboa: APM.
- Viera, C. C. (2004). *Investigação em educação: Abordagens conceptuais e práticas*. Porto: Porto Editora.



## **ANEXOS**



**ANEXO 1**  
**RELATÓRIO DIÁRIO DO PRÉ-ESCOLAR**





Instituto Superior de Educação e Ciências/Universitas

**Mestrado de Qualificação Para a Docência em Educação Pré-Escolar e Ensino do  
1.º Ciclo do Ensino Básico**

## Prática Supervisionada

## Relatório Diário (de observação da prática educativa)

/ /

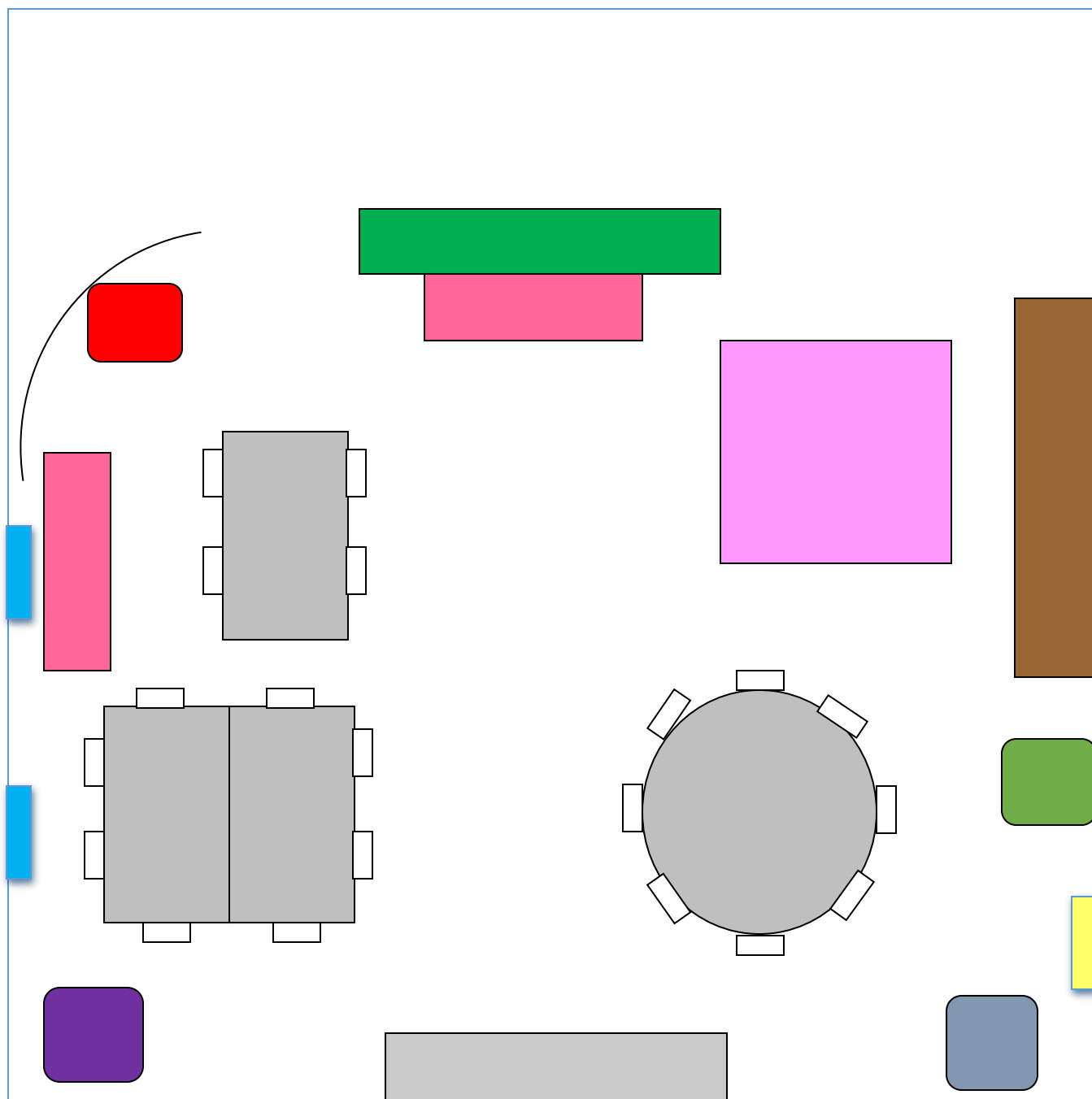
1.Situações de aprendizagem/rotinas observadas	
<div>Horas</div> <div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> </div>	
2. Metas/Áreas de Conteúdos domínios e subdomínios abordados	
<div>Horas</div> <div> <div></div> <div></div> <div></div> </div>	
4. Detecção de situações críticas (comportamentos evidenciados e situações que os originaram)	
Estagiário	Alunos/Crianças
5. Análise e Reflexão	

**Assinatura** \_\_\_\_\_



**ANEXO 2**  
**PLANTA DA SALA DO PRÉ-ESCOLAR**





**Legenda:**

- Porta da sala de aula



- Janelas



- Estante



- Placar



- Cômodas



- Porta da sala dos 4 anos



- Cabides



- Tapete



- Área garagem



- Área do jogo de mesa



- Área do jogo simbólico



- Área da expressão plástica



### **ANEXO 3**

## **PROPOSTA DE TRABALHO: PADRÕES DOS RATOS**





**Nome:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_/\_\_/\_\_

Eu sou o Ratinho \_\_\_\_\_.

A cor que eu recolhia para os meus dias  
de inverno seria \_\_\_\_\_, porque

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



#### **ANEXO 4**

### **RELATÓRIO DIÁRIO DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**



## **Reflexão sobre a Implementação da Tarefa Didática**

### **Intervenção Pedagógica**

**Data:**

**Hora de Início:**

**Hora de Términus:**

**Nome da Professora Supervisora:**

**Nome da Professora Cooperante:**

**Ano de Escolaridade:**

**Instituição de Ensino Cooperante:**

**Área Curricular:**

**Conteúdos Abordados:**

- 1. Relato Sobre a Aula Dinamizada:**
- 2. Reflexão sobre o Trabalho Desenvolvido:**
  - a) Categorização e análise dos resultados obtidos pelos alunos:**
  - b) Categorização e análise da experiencia e aprendizagem da estagiária:**
- 3. Conclusão:**
- 4. Referências Bibliográficas:**

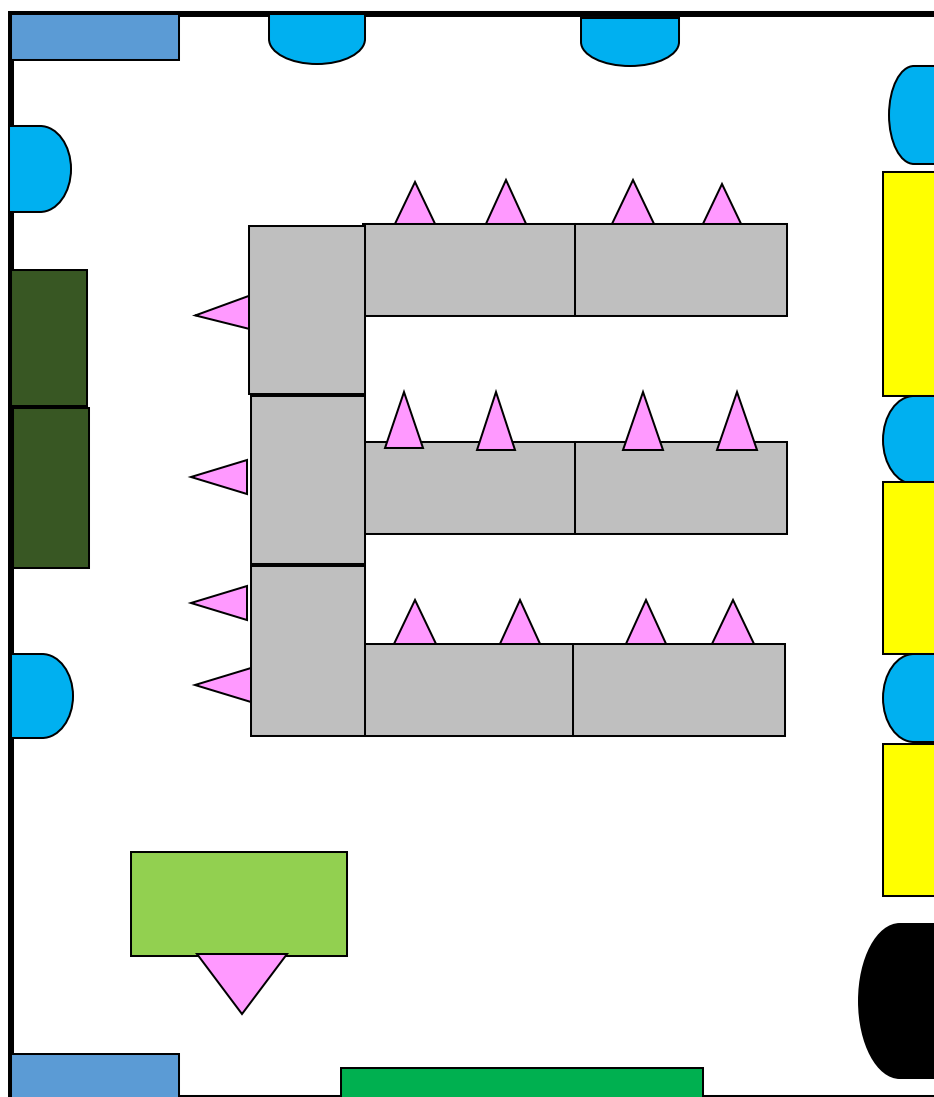


## **ANEXO 5**

### **PLANTA DA SALA DO 4.º ANO DE ESCOLARIDADE**







### Legenda:

- Porta da sala de aula
- Mesas dos alunos
- Mesa da professora
- Cadeiras
- Quadro de giz
- Estantes
- Armários baixos
- Janelas
- Zona de arrumação (cabides e mochilas)





## **ANEXO 6**

### **FICHA INFORMATIVA – INICAÇÃO ÀS CALCULADORAS *PAPY***

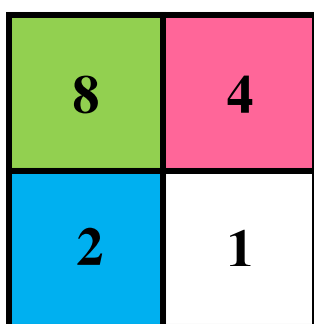


Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_\_\_

## Ficha Informativa

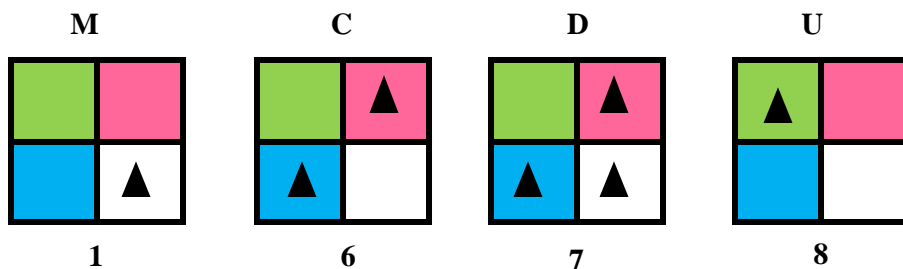
### Iniciação às Calculadoras *Papy*

As calculadoras *Papy* consistem numa série de placas, divididas em quatro partes; cada uma das partes representa um valor numérico.



- Branco = 1 unidade.
- Azul = 2 unidades.
- Cor-de-rosa = 4 unidades.
- Verde = 8 unidades.

Para representar os números – no sistema decimal – as unidades colocam-se na primeira placa da direita, as dezenas na segunda, as centenas na terceira e os milhares na quarta (da direita para a esquerda)



#### REGRAS:

1. Só é possível ter uma marca em cada quarto de quadrado.
2. Não se por ter mais do que 10/100/1000 unidades numa placa, quando isso acontece, passa-se para a placa da classe seguinte.

**Exemplos:**

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue} & \text{white with 2 triangles} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue with 1 triangle} & \text{white} \\ \hline \end{array} = 2$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue with 2 triangles} & \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink with 1 triangle} \\ \hline \text{blue} & \text{white} \\ \hline \end{array} = 4$$

$$\begin{array}{cc} \text{D} & \text{U} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue} & \text{white} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green with 1 triangle} & \text{pink} \\ \hline \text{blue with 1 triangle} & \text{white} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{cc} \text{D} & \text{U} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue} & \text{white with 1 triangle} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink} \\ \hline \text{blue} & \text{white} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}$$

↓

10

$$\begin{array}{cccc}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green with 1 triangle} & \text{pink} \\ \hline \text{blue} & \text{white} \\ \hline \end{array} &
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink with 2 triangles} \\ \hline \text{blue} & \text{white} \\ \hline \end{array} &
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink with 1 triangle} \\ \hline \text{blue with 2 triangles} & \text{white} \\ \hline \end{array} &
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{green} & \text{pink with 1 triangle} \\ \hline \text{blue with 2 triangles} & \text{white} \\ \hline \end{array} \\
 8 & = & 4 + 4 & = & 2 + 2 + 4 & = & 4 + 2 + 2
 \end{array}$$

**ANEXO 7**  
**PROPOSTA DE TRABALHO – INICAÇÃO ÀS CALCULADORAS**  
*PAPY*





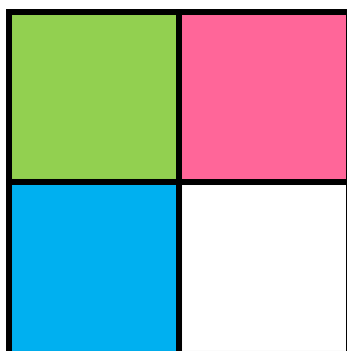
Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_

## Iniciação às Calculadoras *Papy*

1. Preenche os espaços vazios, associando-os às respectivas quantidades (unidades).

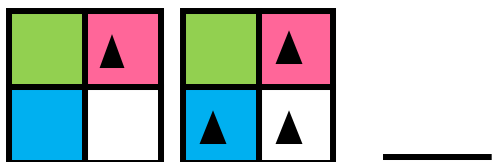
Escreve, em cada quarto da calculadora, o valor associado à cor.



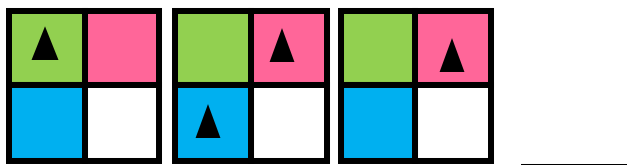
- Branco = \_\_\_\_ unidade.
- Azuis = \_\_\_\_ unidades.
- Rosa = \_\_\_\_ unidades.
- Verdes = \_\_\_\_ unidades.

2. Indica os números representados nas seguintes calculadoras:

2.1.

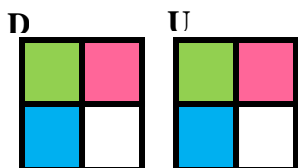


2.2.

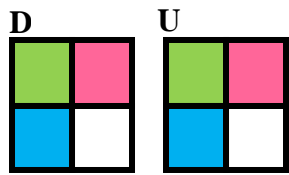


3. Representa os números nas placas.

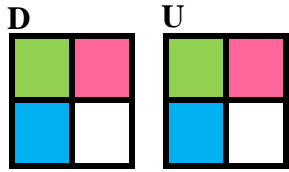
3.1. 10



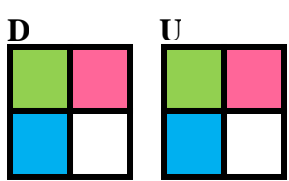
3.2. 12



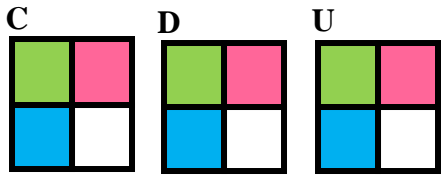
3.3. 25



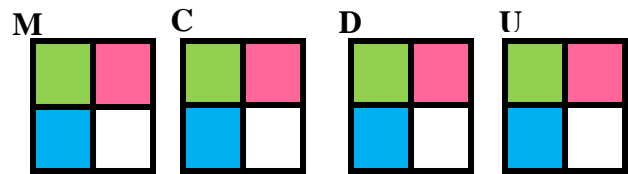
3.4. 50



3.5. 109



3.6. 1204



**ANEXO 8**  
**FICHA INFORMATIVA – ADIÇÃO COM AS CALCULADORAS**  
***PAPY***



Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_

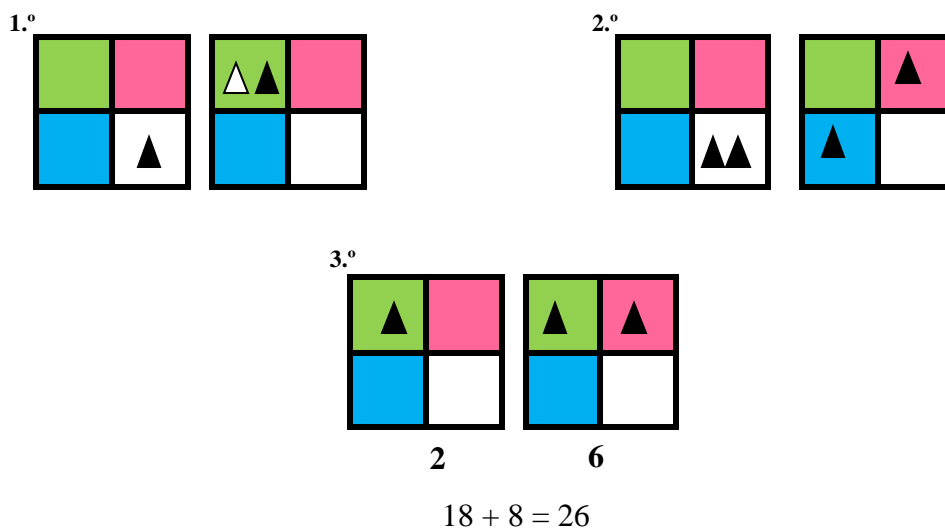
## Ficha Informativa

### Calculadoras *Papy* - Adição

Para se realizar a operação da adição deve-se ter em conta algumas **regras** importantes como:

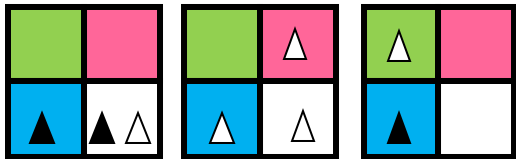
- Representar os números nas placas com as marcas de diferentes cores (uma cor para cada parcela);
- Não é possível ter duas marcas iguais no mesmo quarto da calculadora;
- Ter duas marcas iguais é igual a ter uma marca no quarto seguinte;
- O resultado é apresentado por baixo das calculadoras e que o mesmo poderá ser lido como número inteiro ou mesmo pela representação da calculadora.

#### **Exemplo 1** → $(18 + 8)$



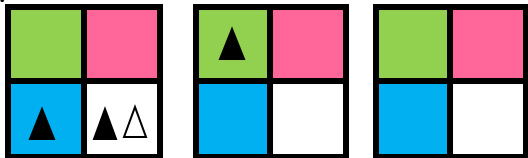
**Exemplo 2** →  $(302 + 178)$

1.º



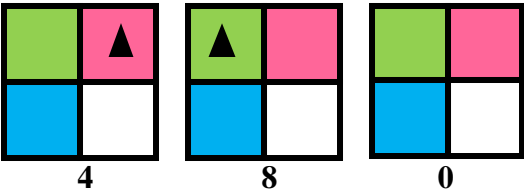
$8 + 2 = 10$  – uma marca no branco  
 $10 + 10 = 20$  – uma marca no azul  
 $20 + 20 = 40$  – uma marca no rosa  
 $40 + 40 = 80$  – uma marca no azul

2.º



$100 + 100 = 200$  – uma marca no azul  
 $200 + 200 = 400$  – uma marca no rosa

3.º



4

8

0

$302 + 178 = 480$

**ANEXO 9**  
**PROPOSTA DE TRABALHO – ADIÇÃO COM AS**  
**CALCULADORAS *PAPY***





Nome: \_\_\_\_\_

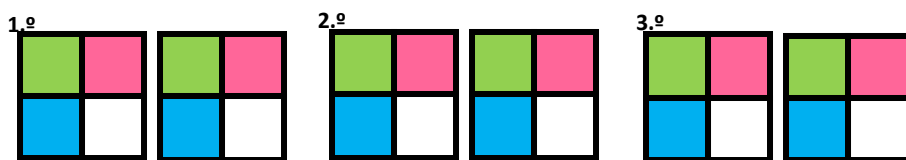
Data: \_\_/\_\_/\_\_

### Calculadoras Papy – Adição

**1.** O senhor António faz coleção de selos.

Até ao mês de setembro, o senhor António tinha 18 selos, mas no final do mês conseguiu ganhar mais 8.

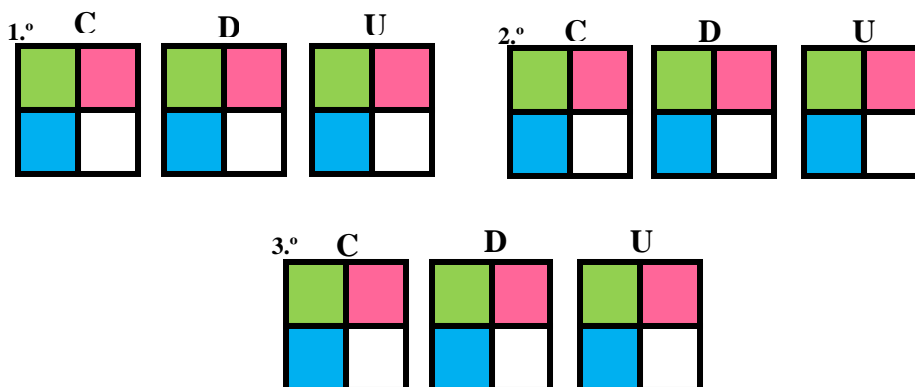
Quantos selos tinha o senhor António no final do mês?



R: \_\_\_\_\_

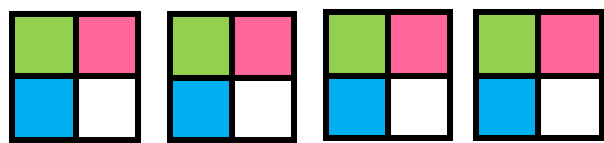
**2. Calcula:**

2.1.  $103 + 21$



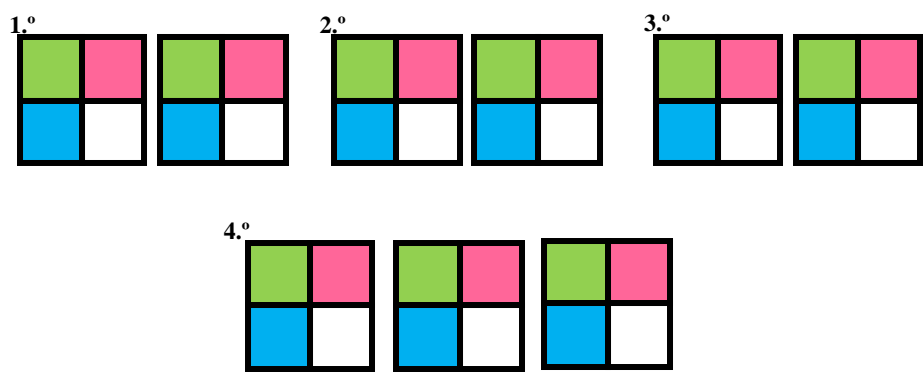
R: \_\_\_\_\_

2.2.  $2101 + 42$



R: \_\_\_\_\_

2.3.  $89 + 12$



R: \_\_\_\_\_

**ANEXO 10**  
**FICHA INFORMATIVA – MULTIPLICAÇÃO COM AS**  
**CALCULADORAS *PAPY***



Nome: \_\_\_\_\_

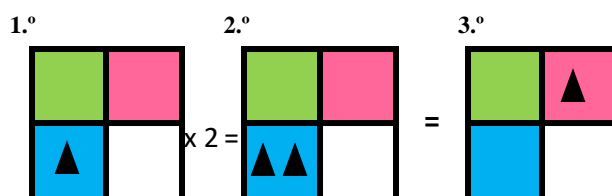
Data: \_\_/\_\_/\_\_\_\_

## Ficha Informativa

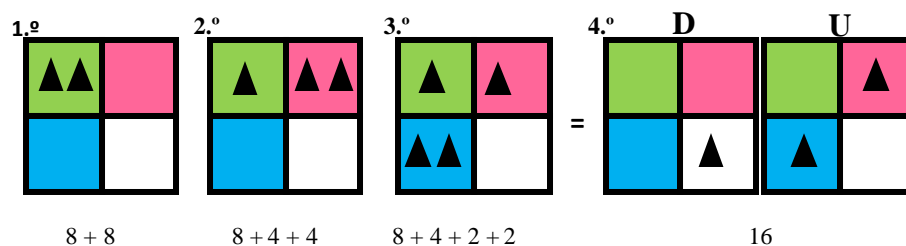
### Calculadoras Papy - Multiplicação

Para se realizar a multiplicação deve-se ter em conta as **regras** importantes que foram explicadas na operação da adição, mas para multiplicar utiliza-se → **dobrar** ou **duplicar** e **adicionar**.

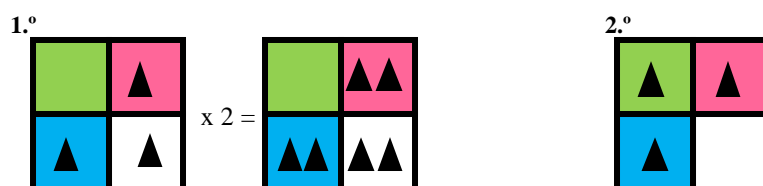
Ex. 1 → Dobro de 2

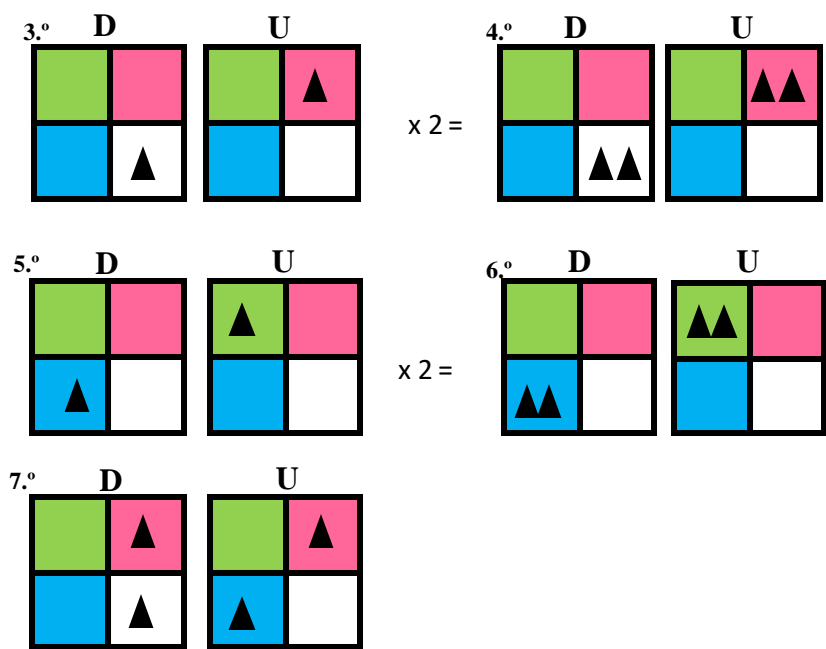


Ex. 2 → Dobro de 8

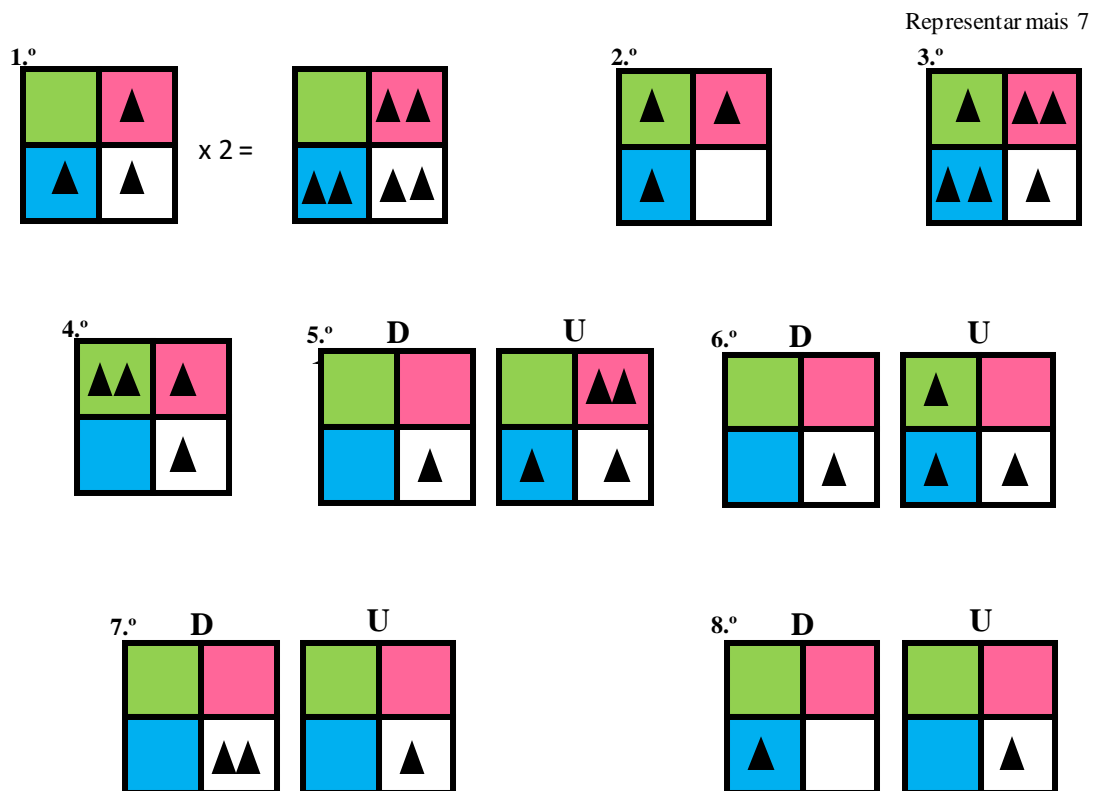


Ex. 3 →  $8 \times 7$





Ex. 4 → 3 x 7



**Ex. 5** → Para multiplicar **6** por um número:

$$\mathbf{6 = 2 \times 3 = 3 \times 2}$$

- Duplica-se o número e triplica-se o dobro.

ou

- Triplica-se o número e duplica-se esse triplo.

**Ex. 6** → Para multiplicar por **9**:

$$\mathbf{9 = 3 \times 3}$$

- Triplica-se o número e triplica-se esse número.





**ANEXO 11**

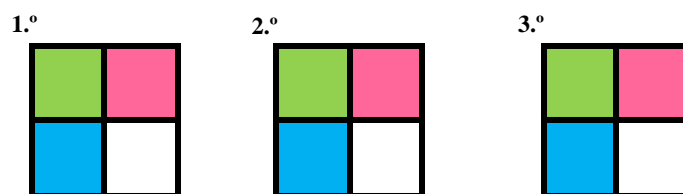
**PROPOSTA DE TRABALHO – MULTIPLICAÇÃO COM AS**  
**CALCULADORAS *PAPY***



Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_

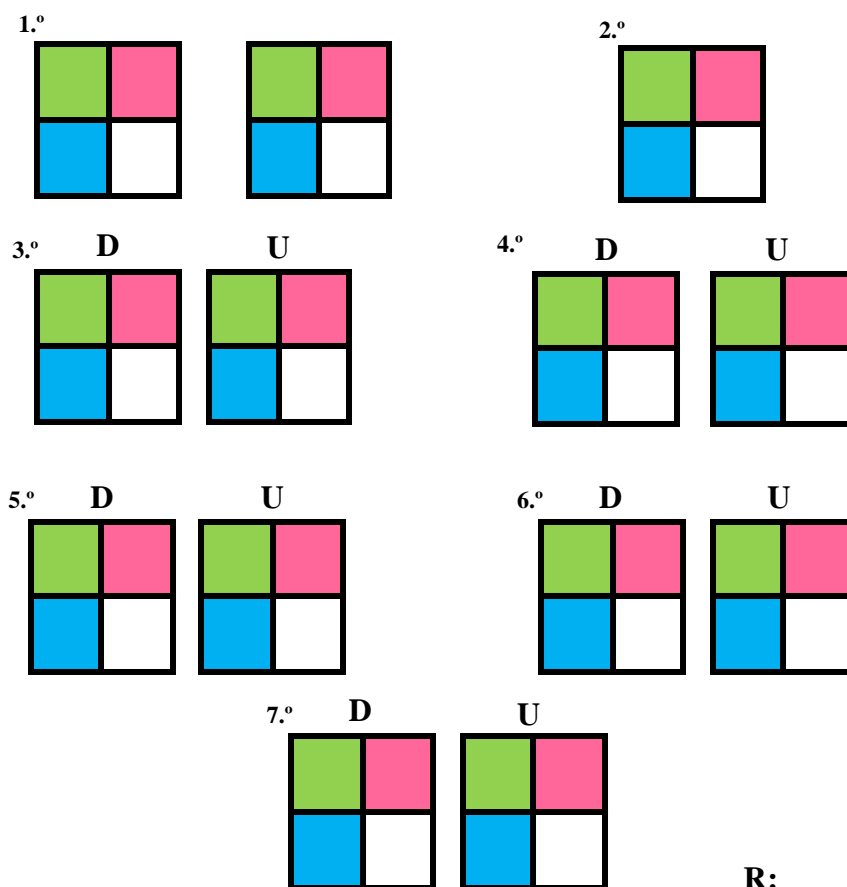
## Calculadoras Papy – Multiplicação

1. Calcula o dobro de 4.



R: \_\_\_\_\_

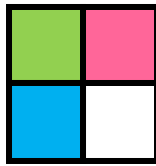
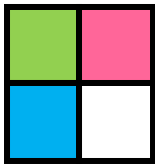
2. Calcula 8 x 6.



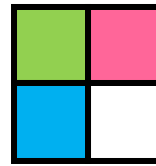
R: \_\_\_\_\_

### 3. Calcula $3 \times 7$

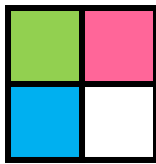
1.º



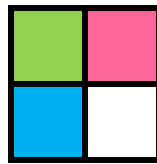
2.º



3.º

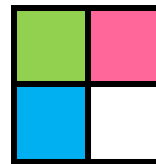


4.º

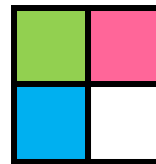


5.º

D

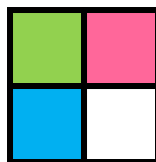


U

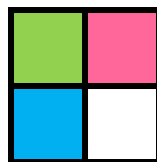


6.º

D

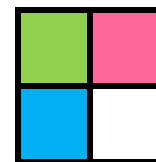


U

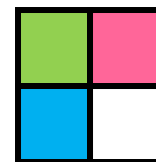


7.º

D



U



R: \_\_\_\_

**ANEXO 12**  
**FICHA INFORMATIVA – SUBTRAÇÃO COM AS**  
**CALCULADORAS *PAPY***



Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_\_\_

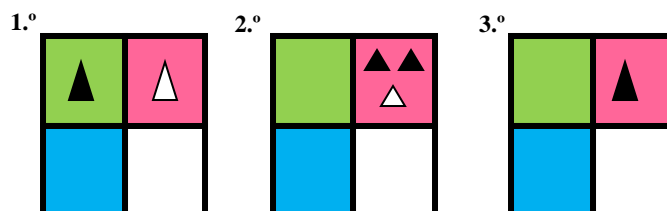
### Ficha Informativa

## Calculadoras Papy – Subtração

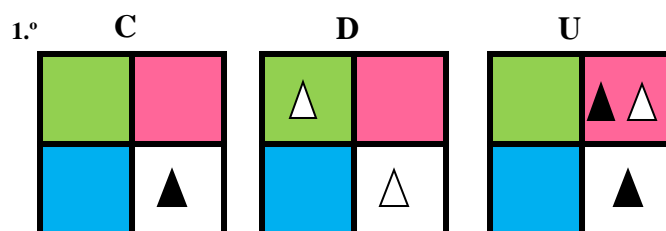
Para se realizar a operação da subtração deve-se ter em conta algumas **regras** importantes como:

- Para assinalar os dados é necessário ter marcas de cores diferentes;
- **Regra ouro**: Uma marca preta anula uma marca branca. Só depois é que se fazem as transformações necessárias para se obter, quando possível, o mesmo número de marcas de cores diferentes, para que se possam anular e assim cumpre-se as regras da calculadora.

Ex. 1  $\rightarrow 8 - 4$

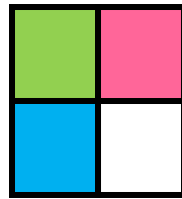


Ex. 2  $\rightarrow 105 - 94$

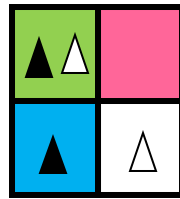


2.º

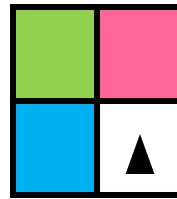
C



D

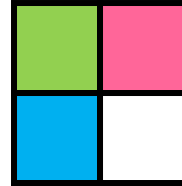


U

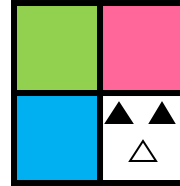


3.º

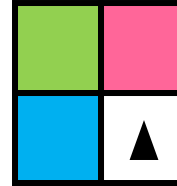
C



D

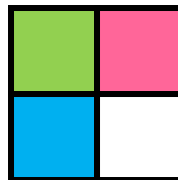


U

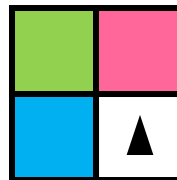


4.º

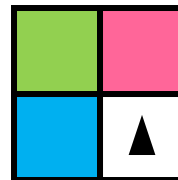
C



D



U



1

1



**ANEXO 13**  
**PROPOSTA DE TRABALHO – SUBTRAÇÃO COM AS**  
**CALCULADORAS *PAPY***



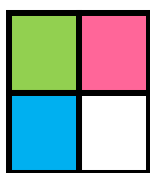
Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_

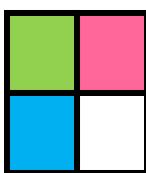
### Calculadoras Papy – Subtração

1. O António tinha 8 cromos e deu 4 à sua irmã Rita. Com quantos cromos ficou o António?

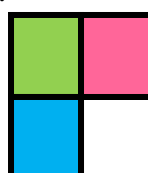
1.º



2.º



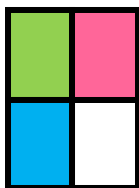
3.º



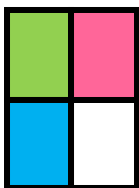
R: \_\_\_\_\_.

2. A Rita foi às compras. A sua avó tinha-lhe oferecido 105€ para comprar umas calças, que lhe custaram 94€.
- Quanto lhe sobrou?

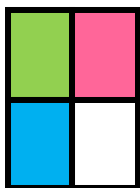
1.º C



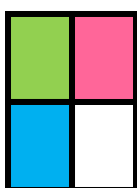
D



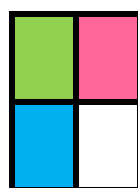
U



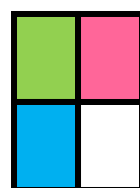
2.º C



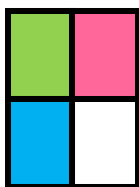
D



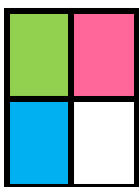
U



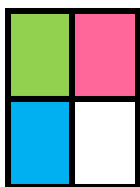
3.º C



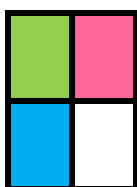
D



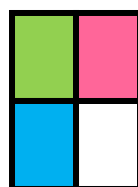
U



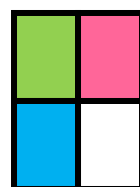
4.º C



D



U



R: \_\_\_\_\_.



## **ANEXO 14**

### **PROPOSTA DE TRABALHO – RECOLHA DE DADOS**



Grupo N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_\_\_

## RECOLHA DE DADOS

1. Regista na respetiva tabela os teus dados pessoais.

<b>A.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>BD.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>BT.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	

Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>B.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>C.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>C1.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	



Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>F.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>F1.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>MA.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	

Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>ML.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>MF.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>MV.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	

Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>P.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>R.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	
<b>S.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	

Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
<b>V.</b>	
N.º de horas de estudo no fim-de-semana	
Atividade Extracurricular	
Cor preferida	
Mês do aniversário	
Idade do Pai	
Idade da Mãe	

## **ANEXO 15**

### **PROPOSTA DE TRABALHO – TRATAMENTO DE DADOS**



**Grupo N.º:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_/\_\_/\_\_\_\_

## **TRATAMENTO DE DADOS**

A partir da informação recolhida no documento anterior (Recolha de dados), estrutura um tratamento dos dados, (ex.: tabelas) para cada um dos cinco temas.

**1. Gráfico de Barras (n.º de horas de estudo no fim-de-semana)**

**2. Gráfico de Pontos (Atividade extracurricular)**

**3. Gráfico Circular (cores preferidas)**

**4. Pictograma (mês do aniversário)**

**5. Caule e folhas (idade da mãe e do pai)**



**ANEXO 16**  
**PROPOSTA DE TRABALHO – ANÁLISE DE DADOS**



**Grupo N.º:** \_\_\_\_\_

**Data:** \_\_/\_\_/\_\_\_\_

## **ANÁLISE DE DADOS**

A partir da informação recolhida nos documentos anteriores (Recolha e Tratamento de Dados) e dos Gráficos executados, realiza uma análise, (ex.: mínimo, máximo, amplitude, moda, etc.) para cada um dos cinco temas.

**1. Gráfico de Barras (n.º de horas de estudo no fim-de-semana)**

**2. Gráfico de Pontos (Atividade extracurricular)**

**3. Gráfico Circular (cores preferidas)**

**4. Pictograma (mês do aniversário)**

**5. Caule e folhas (idade da mãe e do pai)**